

Przyszedł najwyższy czas, aby zrozumieć, jak to się dzieje, że pomimo odwracalności w czasie podstawowych praw przyrody, wszystkie spontaniczne procesy prowadzą do równowagi. Oczywiście zrozumienie tego dziwnego zjawiska na gruncie najbardziej fundamentalnym jest dość skomplikowane – zarówno pojęciowo, jak i matematycznie. Nie ma więc

Tomasz Sowiński

Skaczące pchły

TEKST TRUDNY

sensu przedstawiać tutaj skomplikowanych rachunków, bo sprawa się nam jeszcze bardziej zagmatwa. Proponuję raczej ograniczyć się do omówienia dwóch bardzo prostych modeli wymyślonych przez fizyków geniuszy, które doskonale prezentują całą esencję tych wszystkich skomplikowanych rachunków.

PAUL EHRENFEST - FIZYK POPULARYZATOR

Dzisiaj przyjrzymy się bardzo humorystycznemu, ale równocześnie bardzo pouczającemu modelowi wymyślonemu przez austriackiego fizyka Paula Ehrenfesta. Może zanim to zrobimy, warto przybliżyć krótko sylwetkę tego wspaniałego naukowca, który miał w swoim czasie dość istotny wkład w kilka burzliwie rozwijających się na początku XX wieku gałęzi fizyki. Najbardziej jest chyba znany ze sformułowania znanego w mechanice kwantowej twierdzenia dziś nazywanego jego nazwiskiem. Twierdzenie Ehrenfesta było pierwszą, spójną matematycznie

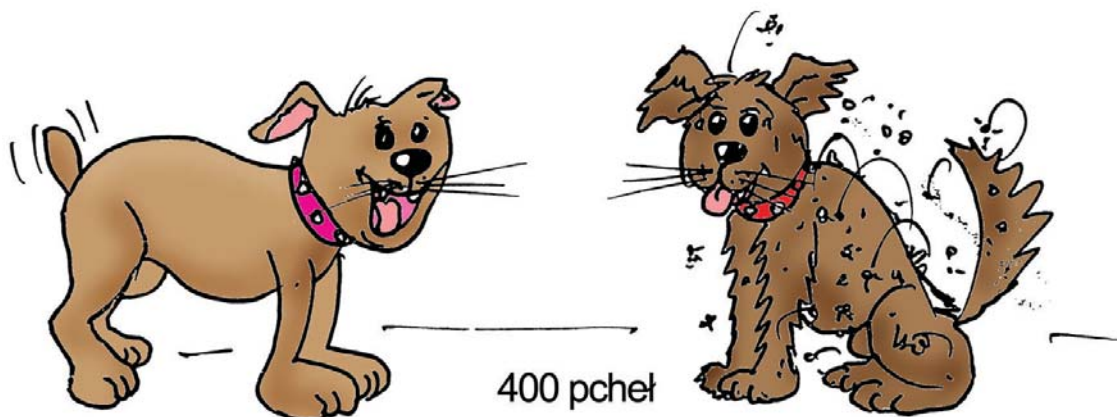


wany do nagrody w konkursie Popularyzator Nauki organizowanym przez Ministerstwo Nauki i Informatyzacji oraz Polską Agencję Prasową.

Tomasz Sowiński w 2005 roku skończył z wyróżnieniem studia na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego w zakresie fizyki teoretycznej. Obecnie jest asystentem w Centrum Fizyki Teoretycznej PAN. Z zamiłowania zajmuje się popularyzacją nauki. W roku 2005 był nomino-

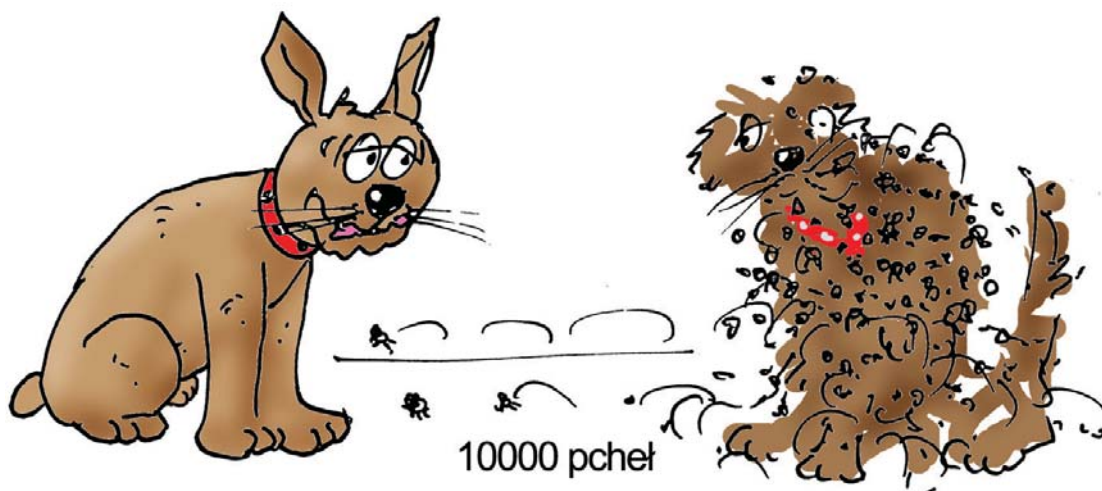
próbą przeanalizowania granicznego przejścia pomiędzy mikroświatem, którym rządzi mechanika kwantowa, a światem obiektów dużych opisywanych prawami klasycznymi. Niedawno poświęciliśmy sporo czasu, rozważając problem tej granicy (MT 04, 05, 06/2007) i nie będziemy do tego wracali. W każdym razie Ehrenfest podał jasną regułę, w jakich warunkach opis za pomocą praw fizyki kwantowej staje się niemal równoważny opisowi za pomocą praw fizyki klasycznej.

Paul Ehrenfest miał zmysł popularyzatora nauki. Potrafił zawsze omawiać nawet najbardziej skomplikowane problemy fizyczne w sposób bardzo obrazowy – tak, aby mógł je zrozumieć nawet laik. I choć oczywiście jasne było, że nie zawsze daje się to zrobić, starał się wyciągać z konkretnych problemów samą ich istotę, odsiewając rzeczy mało ważne. Był on m.in. autorem artykułu naukowego porządkującego wiedzę na temat mechaniki statystycznej. Można śmiało powiedzieć, że był to artykuł z ogromnym potencjałem pedagogicznym, w którym znajdowało się bardzo wiele ciekawych i prostych przykładów obrazujących różne pojęcia. Dużą rolę w podejściu popularyzatorskim odegrała zapewne znajomość z Einsteinem, który był mistrzem prostych eksperymentów myślowych i paradoksów. Jednym z owoców tej znajomości jest tzw. paradoks Ehrenfesta, w którym pokazana jest pozorna sprzeczność teorii względności. Ale nie będziemy tu o tym paradoksie wspominali.



**MODEL EHRENFESTA - PSY I PCHŁY**

Model Ehrenfesta przybliżający nas do tajemnicy spontanicznego dążenia do równowagi jest niezmiernie prosty. Wyobraźmy sobie, że na jednym podwórku żyją dwa psy: Azor i Burek. Azor niestety ma tę przykrą przypadłość, że załęgły się na nim pchły. Pech Burka polega natomiast na tym, że często bawi się z Azorem i tym samym jest narażony na to, że pchły na niego mogą przeskoczyć. Załóżmy następujący (uproszczony) model przeskakiwania pcheł. W każdej jednostce czasu (np. co sekundę) jedna z pcheł przeskakuje z jednego psa na drugiego. Dla zewnętrznego obserwatora wygląda to tak, jakbyśmy w każdej sekundzie wybrali zupełnie losowo jedną pchłę i przenieśli na drugiego psa. Dla przykładu załóżmy, że na początku na sierści Azora znajduje się dokładnie 400 pcheł, a Burek jest całkowicie zdrowy. Po pierwszej sekundzie losujemy jedną pchłę. Oczywiście jest to pchła znajdująca się na Azorze, bo na Burku nie ma pcheł. Zatem po jej przeniesieniu sytuacja jest prosta Azor: 399, Burek: 1. Po kolejnej sekundzie szansa na wylosowanie pchły z Burka jest bardzo mała, ale oczywiście niezerowa. Jeśli zostanie wylosowana to będziemy mieli A: 400, B: 0, czyli sytuację początkową. Bardziej prawdopodobne jest jednak, że sytuacja będzie następująca A: 398, B:2. I tak dalej...



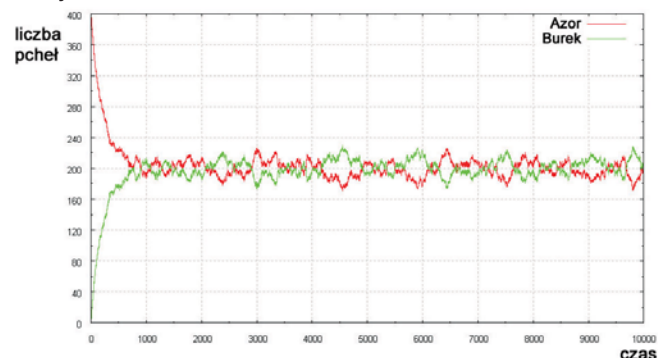
one duże. Odchyły są na poziomie 20–30 sztuk, czyli ok. 5% wszystkich pcheł. Widać też, że poziom równowagi (czyli zrównania się liczby pcheł na obu psach) osiągnięty jest po ok. 700 krokach czasowych.

Nie ulega żadnej wątpliwości, że nasz modelowy układ fizyczny pozostawiony sam sobie osiągnął stan równowagi. Doszedł do tego stanu pomimo tego, że nasze „prawo fizyki”, które nadawało dynamikę, nie wyróżniało żadnego psa ani żadnego kierunku skoków. Mówi ono tylko tyle: losujemy pchłę i przenosimy ją na drugiego psa. Czyli wylosowana pchła, niezależnie od tego, na którym z psów się znajdowa-

ła, przeskakiwała na tego drugiego. A pomimo tego pchły częściej skakały z Azora na Burka niż z Burka na Azora. Mówiąc językiem z poprzedniego numeru MT – prawo fizyki jest symetryczne ze względu na odwrócenie w czasie (w tym przypadku zamianę Azora z Burkiem miejscami), a jednak zjawisko przebiega tak, aby doprowadzić do równowagi (wyrównania liczby pcheł na psach)!!!

SYMULACJA KOMPUTEROWA

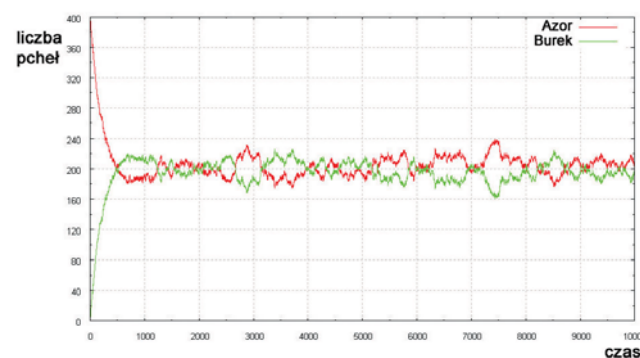
Najlepiej zobrazować to konkretnym przykładem. Napisałem krótki program w PASCAL-u, który realizuje ten algorytm i zrobiłem wykres liczby pcheł na konkretnym psie w zależności od czasu. Oto co otrzymałem:



Z wykresu tego jasno wynika, że wraz z upływem czasu liczba pcheł na Azorze i Burku wyrównuje się. Nie dzieje się to może idealnie i jednostajnie, ale nie ulega wątpliwości, że po pewnym czasie liczba pcheł na obu psach jest mniej więcej taka sama. Oczywiście są pewne fluktuacje wokół wartości średniej (po 200 pcheł na każdym), ale generalnie nie są

TESTOWANIE HIPOTEZY

A może to tylko przypadek? Może tylko akurat tak wyszło, że liczba pcheł się wyrównała? Koniecznie trzeba sprawdzić, czy wnioski, do jakich doszliśmy, są słuszne. Musimy powtórzyć nasz eksperyment. Uruchamiam zatem mój program jeszcze raz i oto, co otrzymuję:



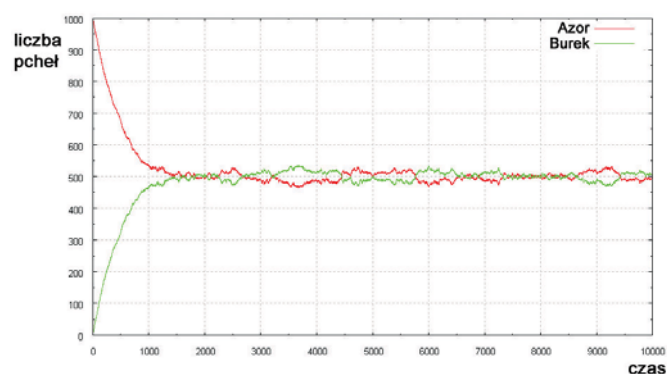
Jak widać, w całkowicie nowej sytuacji pchły pozostawione na jednym z psów znów spontanicznie skakały tak, aby ich liczba się wyrównała, tzn. tak aby układ doszedł do stanu równowagi. Oczywiście w szczegółach wykresy różnią się między sobą. Dojście do równowagi odbyło się teraz troszkę inaczej. Ale jednak w końcu do niej doszło. Uwierz mi, Czytel-

niku, że można ten program uruchamiać w kółko i zawsze efekt będzie taki sam. Układ pcheł na dwóch psach zawsze dąży do równowagi.

Porównując oba wykresy, warto zwrócić uwagę na fakt, że fluktuacje pcheł w stanie równowagi są na tym samym poziomie – ok. 5% – i równowaga jest osiągnięta mniej więcej po tym samym czasie. To bardzo ważna charakterystyka tego spontanicznego procesu.

ZMIANA LICZBY PCHEŁ

No, dobrze. Symulację przeprowadziliśmy dla konkretnej liczby pcheł. Pytanie, które samo się narzuca, jest takie: co się stanie jeśli zmienimy początkową liczbę pcheł na Azorze? Może ten proces dla większej liczby pcheł będzie przebiegał inaczej? Nie pozostaje nam nic innego, jak tylko to sprawdzić. Oto wykres dla 1000 pcheł:

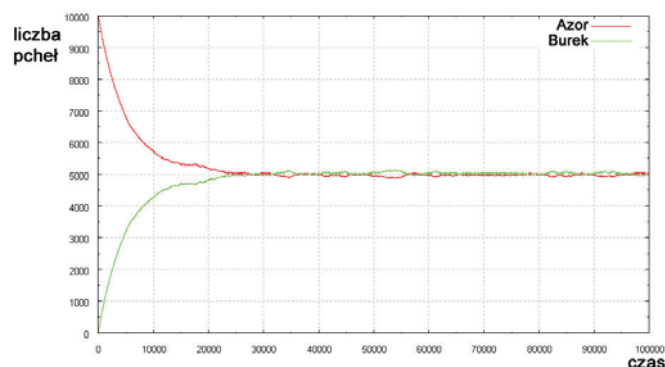


Jak widać, układ znów dąży do stanu równowagi. Może troszkę wolniej, ale jednak ten uniwersalny cel – osiągnięcie równowagi – jest ewidentny. Zresztą fakt, że teraz potrzebne jest na to więcej czasu, wydaje się oczywiste, bo przecież aby wyrównała się liczba pcheł, musi ich teraz przeskoczyć więcej. Bardzo interesujące, a co również rzuca się w oczy, jest to, że fluktuacje liczby pcheł w stanie równowagi jakby się zmniejszyły. Choć ich poziom w liczbach bezwzględnych jest nadal podobny – ok. 20–30 sztuk, to w odniesieniu do całkowitej liczby pcheł daje to jakies 2–3%. Nie patrząc nawet na same liczby, już z wykresu widzimy, że liczba pcheł jakoś tak mniej niż poprzednim razem oscyluje wokół średniej. To bardzo cenna obserwacja – poziom fluktuacji w stanie równowagi maleje wraz ze wzrostem liczby pcheł. Przynajmniej taką mamy kolejną hipotezę. Czas to sprawdzić.



Dalsze badania

Uruchomiłem swój program, zadając początkową liczbę pcheł na poziomie 10 000. Biedny Azor – nikt o niego nie dba. No, ale nauka wymaga poświęceń. Oto wykres dla 10 000 pcheł:



Rzeczywiście. Teraz fluktuacje właściwie są na granicy grubości kreski drukarskiej. Czasami jedynie zdarza się, że troszkę się zwiększą. Ale tylko na chwilę. Większość czasu panuje idealna równowaga. Warto też zwrócić uwagę, w jaki idealny wręcz sposób dochodzi do równowagi nasz układ. Nie ma żadnej „szarpaniny”, jak to było wcześniej (szczególnie dla 400 pcheł). Krzywa jest niemal idealna. Nie ma zatem żadnych wątpliwości, że fluktuacje są tym mniejsze, im więcej pcheł znajduje się w układzie. Intuicyjnie można to dość prosto zrozumieć. Wystarczy sobie uzmysłowić, że przeniesienie jednej pchły z psa na psa zmienia prawdopodobieństwo wylosowania pchły z danego psa w kolejnym kroku. Zmiana tego prawdopodobieństwa jest jednak tym mniejsza, im więcej pcheł jest w układzie. Przeniesienie jednej pchły, gdy wszystkich jest 400, zmienia prawdopodobieństwo o 0,25 punktu procentowego. W sytuacji gdy jest ich 10 000, zmiana wynosi zaledwie 0,01 punktu procentowego. Jest zatem znikomo mała.

ZWIĄZEK Z PRZYRODĄ

Opisany przed chwilą model Ehrenfesta jest na pewno bardzo ciekawy i pouczający. Pytanie, jakie jednak musi postawić fizyk, jest naturalne: czy to ma związek ze zjawiskami zachodzącymi w przyrodzie? Odpowiedzieć na to pytanie nie jest prosta. Ale gdybyśmy sobie wyobrazili zamiast dwóch psów dwa połączone ze sobą zbiorniki, a zamiast pcheł cząsteczki jakiegoś gazu, to łatwo zauważyć, że mamy coś w rodzaju dyfuzji. Jeśli w jednym zbiorniku zebrany jest cały gaz, a w drugim jest próżnia, to po ich połączeniu gaz zacznie się spontanicznie rozprzestrzeniać tak, aby oba zbiorniki zapełnić mniej więcej po równo. Model Ehrenfesta wydaje się dobrze ujmować to zjawisko. Oczywiście są pewne różnice – szczególnie gdy chodzi o prawo fizyki, które warunkuje dynamikę układu. W przypadku prawdziwych gazów nic się przecież nie losuje i nie jest przenoszone ze zbiornika do zbiornika. Raczej wtedy mamy do czynienia ze spontanicznym przepływem cząstek gazu. Ale skoro uproszczony model prowadzi do poprawnego rezultatu jakościowego (pokazuje, na czym polega dochodzenie do stanu równowagi), to coś w tym musi być. Na pewno będziemy mieli jeszcze okazję nad tym troszkę się zastanowić...

Poniżej załączam kod źródłowy mojego programu, który pozwala symulować dynamikę modelu Ehrenfesta. Program po uzyskaniu odpowiednich danych od użytkownika zapisuje do wskazanego pliku w trzech kolumnach czas oraz liczbę pcheł na poszczególnych psach. Taki plik można później wczytać w dowolnym programie rysującym wykresy (np. darmowym GNU Plot lub MS Excel). Zachęcam do samodzielnego eksperymentowania za pomocą komputera. Darmowy kompilator DEV PASCAL można znaleźć na naszej płycie CD lub pobrać z Internetu pod adresem www.bloodshed.net

```
Uses crt,dos;

Var
  plik          : text;
  nazwa_pliku  : string;
  A, B         : integer;
  N, T, i, R   : integer;

Begin
  Write(' Liczba pcheł: ');
  Readln(N);
  Write('Liczba kroków: ');
```

```
  Readln(T);
  Write(' Nazwa pliku: ');
  Readln(nazwa_pliku);
  Assign(plik,nazwa_pliku);
  Rewrite(plik);
  Randomize;
  A:=N;
  B:=0;
  For i:=1 To T Do
  Begin
    Writeln(plik,i,' ',A,' ',B);
    R:=Random(N);
    If R<A Then
    Begin
      A:=A-1;
      B:=B+1;
    End
    Else
    Begin
      A:=A+1;
      B:=B-1;
    End;
  End;
  Close(plik);
End.
```