

Piotr Deuar

Instytut Fizyki PAN,
Al. Lotników 32/46
02-668 Warszawa, Polska

deuar@ifpan.edu.pl

tel. +48 22 116 3453

http://www.ifpan.edu.pl/~deuar/

AUTOREFERAT

Spis treści

1 Curriculum Vitae	2
1.1 Dane personalne	2
1.2 Wykształcenie i stopnie naukowe	2
1.3 Zatrudnienie	3
1.4 Informacja zbiorcza o opublikowanych pracach naukowych	3
2 Wykaz opublikowanego cyklu artykułów stanowiących osiągnięcie naukowe zgodnie z art. 16 ust 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. (Dz. U. nr 65 poz. 595 z późn. zm)	4
3 Wykaz pozostałych publikacji naukowych	6
3.1 Publikacje w czasopismach znajdujących się w bazie Web of Science	6
3.2 Publikacje naukowe nieznajdujące się w bazie Web of Science	9
4 Opis osiągnięcia naukowego stanowiącego przedmiot habilitacji: cykl publikacji pt. <u>Metody stochastyczne dla makroskopowej dynamiki kwantowej i ich zastosowania</u>	10
4.1 Wstęp – procesy spontaniczne a stochastyczny opis mechaniki kwantowej	10
4.2 Rozwój metod stochastycznych dla kondensatów Bosego-Einsteina	12
4.3 Zderzenie kondensatów – właściwości par atomowych w halo	17
4.4 Zderzenie kondensatów – eksperymenty	27
4.5 Dynamika wielkich układów spinów	30
4.6 Podsumowanie	32
5 Przebieg pracy naukowej i działalność w innych tematykach badawczych	34
6 Pozostały dorobek naukowo-badawczy	45
6.1 Kierownik projektów badawczych	45
6.2 Nagrody za działalność naukową	45
6.3 Wystąpienia konferencyjne	46
6.4 Inne zaproszone wykłady	50
7 Dorobek dydaktyczny, popularyzatorski i współpraca międzynarodowa	52
7.1 Działalność dydaktyczna	52
7.2 Organizacja konferencji	53
7.3 Współpraca międzynarodowa	53
7.4 Recenzowanie	55
7.5 Udział w zespołach eksperckich i konkursowych	55
Spis cytowanej literatury	56

1 Curriculum Vitae

1.1 Dane personalne

Imię i nazwisko: Piotr Paweł Deuar
[REDACTED] [REDACTED]
[REDACTED] Instytut Fizyki PAN
Al. Lotników 32/46
02-668 Warszawa, Polska
Telefon: +48 22 116 3453
Fax: +48 22 843 0926
Email: deuar@ifpan.edu.pl
Strona internetowa: <http://www.ifpan.edu.pl/~deuar/>

1.2 Wykształcenie i stopnie naukowe

- 27 II 2005 **Doctor of Philosophy (Doktorat)**
University of Queensland, Brisbane, Australia
First-principles quantum simulations of many-mode open interacting Bose gases using stochastic gauge methods.
Złożone 29 VI 2004. (arXiv:cond-mat/0507023)
Promotor: Prof. Peter D. Drummond.
(Nostryfikowane w IF PAN, 12 X 2010)
- 16 XII 1996 **Bachelor of Science (Hons)**
University of Queensland, Brisbane, Australia
Tests of compatibility between quantum mechanics and macroscopic local realism.
(First Class Honours in Physics)
Promotor: Dr. Margaret D. Reid.
(Analog Magisterium – upoważnia do podjęcia studiów doktoranckich)
- 15 XII 1995 **Bachelor of Science (Licencjat)**
University of Queensland, Brisbane, Australia

1.3 Zatrudnienie

VIII	2009	do dziś	Adiunkt, ON-2.6, Instytut Fizyki PAN, Warszawa, Polska.
IV	2009	– VII 2009	Visiting scientist, LPTMS, Université Paris-Sud, Orsay, Francja.
IV	2007	– III 2009	Marie Curie Research Fellow, LPTMS, Université Paris-Sud, Orsay, Francja.
III	2006	– III 2007	Postdoc, Van der Waals-Zeeman Instituut Universiteit van Amsterdam, Amsterdam, Holandia.
II	2002	– II 2006	Doradca techniczny, Deuar Pty. Ltd., Brisbane, Australia.
III	1998	– I 2002	PhD student/Teaching Assistant, Department of Physics University of Queensland, Brisbane, Australia.

1.4 Informacja zbiorcza o opublikowanych pracach naukowych

Liczba publikacji w czasopismach z bazy Web of Science:

33

w tym, między innymi,

11 w Physical Review Letters

10 w Physical Review A i B

Liczba cytowań według bazy Web of Science (14 II 2014):

576

(średnio 17,45 cytowań na artykuł)

Indeks Hirscha według Web of Science (14 II 2014):

14

Sumaryczny impact factor według listy Journal Citation Reports (JCR):

123,764

(Z braku danych założono, że IF publikacji z 2013 roku są takie same jak w 2012 r.)

2 Wykaz opublikowanego cyklu artykułów stanowiących osiągnięcie naukowe zgodnie z art. 16 ust 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. (Dz. U. nr 65 poz. 595 z późn. zm)

TEMATYKA CYKLU:

Metody stochastyczne dla makroskopowej dynamiki kwantowej i ich zastosowania

H1 **P. Deuar**, P. D. Drummond,

Correlations in a BEC collision: First-principles quantum dynamics with 150 000 atoms,
Physical Review Letters **98**, 120402 (2007).

Wkład własny do publikacji oceniam na **80%**. Pierwotna idea wykonania obliczeń na tak dużym układzie (150 000 atomów) jak i sam wybór układu oraz badanych obserwabli, pochodziła ode mnie. Byłem odpowiedzialny za wszystkie obliczenia oraz przygotowanie artykułu. Planowaliśmy i dyskutowaliśmy wspólnie o kolejności badań, nad metodami, analizą oraz interpretacją wyników i omawialiśmy ich szerokie znaczenie.

H2 **P. Deuar**,

Simulation of complete many-body quantum dynamics using controlled quantum–semiclassical hybrids,

Physical Review Letters **103**, 130402 (2009).

Mój wkład do publikacji wynosił **100%**.

H3 V. Krachmalnicoff, J-C. Jaskula, M. Bonneau, G. B. Partridge, D. Boiron, C. I. Westbrook, **P. Deuar**, P. Ziń, M. Trippenbach, K. V. Kheruntsyan,

Spontaneous Four-Wave Mixing of de Broglie Waves: Beyond Optics,
Physical Review Letters **104**, 150402 (2010).

Wkład własny do publikacji oceniam na **30%**. Praca w znacznym stopniu dotyczyła eksperymentu (ten aspekt szacuję na 50%). Mój wkład do części teoretycznej szacuję na 60% (obok PZ, MT i KVK). Do tych konkretnych badań samodzielnie opracowałem obliczeniową metodę STAB, która pozwoliła dokładnie obliczyć właściwości rozproszonego halo. Byłem odpowiedzialny za wszystkie obliczenia numeryczne oraz pomysł interpretacji wyników w Fig. 3 za pomocą rozdzielenia członów w hamiltonianie Bogoliubowa. Wszyscy autorzy mieli wkład do redakcji artykułu i interpretacji wyników.

H4 J-C. Jaskula, M. Bonneau, G. B. Partridge, V. Krachmalnicoff, **P. Deuar**, K. V. Kheruntsyan, A. Aspect, D. Boiron, C. I. Westbrook,

Sub-Poissonian number differences in four-wave mixing of matter waves,
Physical Review Letters **105**, 190402 (2010).

Wkład własny do publikacji oceniam na **15%**. Praca przede wszystkim dotyczy eksperymentu (ten aspekt szacuję na 75%). Szacuję, że mój wkład do części teoretycznej wynosił 60% i obejmował m.in. wszystkie obliczenia numeryczne. Wszyscy autorzy znacząco uczestniczyli w redakcji artykułu i interpretacji oraz analizie wyników.

H5 **P. Deuar**, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, P. Ziń,

Bogoliubov dynamics of condensate collisions using the positive- P representation,
Physical Review A **83**, 063625 (2011).

Wkład własny do publikacji oceniam na **80%**. Metoda obliczeniowa, która stanowi przedmiot artykułu, została wymyślona i wypracowana przez mnie. Byłem również pomysłodawcą sposobu sprawdzenia poprawności rozwijanej metody. Odpowiedzialny byłem za wszystkie obliczenia numeryczne oraz za przygotowanie artykułu i większość jego obróbki. Wszyscy autorzy znacząco uczestniczyli w analizie porównań między metodami, ustalaniu formy artykułu i jego redakcji.

- H6 **P. Deuar**, P. Ziń, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach,
Mean field effects on the scattered atoms in condensate collisions,
European Physical Journal D **65**, 19 (2011).
Wkład własny do publikacji oceniam na **75%**. Byłem pomysłodawcą metody STAB zastosowanej do zrozumienia szczegółów zderzenia kondensatu oraz wykonałem wszystkie obliczenia numeryczne i część obliczeń analitycznych. Większość pracy przy przygotowaniu artykułu była wykonana przez mnie. Pozostali autorzy znacząco uczestniczyli w redakcji artykułu i analizie wyników.
- H7 K.V. Kheruntsyan, J-C. Jaskula, **P. Deuar**, M. Bonneau, G.B. Partridge, J. Ruaudel, R. Lopes, D. Boiron, C.I. Westbrook,
Violation of the Cauchy-Schwarz inequality with matter waves,
Physical Review Letters **108**, 260401 (2012).
Wkład własny do publikacji oceniam na **20%**. Praca w większości dotyczy eksperymentu (ten aspekt szacuję na 60%). Mój wkład do części teoretycznej stanowił około 50%: byłem odpowiedzialny za wszystkie obliczenia numeryczne oraz za gaussowskie przybliżenie, które pozwoliło zrozumieć wyniki, podczas gdy od KVK pochodził główny pomysł artykułu oraz znaczna część interpretacji, która była w nim przedstawiona. Wszyscy autorzy znacząco uczestniczyli w redakcji artykułu i analizie wyników.
- H8 **P. Deuar**, T. Wasak, P. Ziń, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach,
Tradeoffs for number squeezing in collisions of Bose-Einstein condensates,
Physical Review A **88**, 013617 (2013).
Wkład własny do publikacji oceniam na **60%**. Byłem pomysłodawcą głównej metody obliczeniowej oraz modelu gaussowskiego użytego do zrozumienia stosunku pomiędzy korelacjami i ściśnięciem. Wykonałem większość obliczeń numerycznych i większość pracy przy przygotowaniu artykułu. Współautorzy wymyślili metodę usunięcia wzmocnienia bozonowego (i wykonali odpowiednie obliczenia numeryczne) oraz analityczny opis korelacji par z części III. Wszyscy autorzy znacząco uczestniczyli w interpretacji wyników, w ustalaniu formy artykułu i w jego redakcji.
- H9 R. Ng, E. S. Sørensen, **P. Deuar**,
Simulation of the dynamics of many-body quantum spin systems using phase-space techniques,
Physical Review B **88**, 144304 (2013).
Wkład własny do publikacji oceniam na **50%**. W badaniach przedstawionych w artykule miałem rolę eksperta od zastosowania metod przestrzeni fazowej do mechaniki kwantowej, podczas gdy współautorzy byli bardziej obeznani z fizyką układów spinowych. Pierwotny pomysł zajęcia się tym tematem pochodził od nich, lecz znakomita większość rozwiązań przedstawionych w artykule była moim dziełem. Wykonałem około połowę obliczeń numerycznych i połowę pracy przy przygotowaniu artykułu.

3 Wykaz pozostałych publikacji naukowych

3.1 Publikacje w czasopismach znajdujących się w bazie Web of Science

3.1.1 Opublikowane przed uzyskaniem stopnia doktora (lata 1998-2004)

- P10 A. Gilchrist, **P. Deuar**, M. D. Reid,
Contradiction of quantum mechanics with local hidden variables for quadrature phase amplitude measurements,
Physical Review Letters **80**, 3169 (1998).
Wkład własny do publikacji oceniam na **25%**. Przeprowadziłem obliczenia numeryczne przedstawione w pracy oraz uczestniczyłem w dyskusji na temat ich interpretacji.
- P11 M. D. Reid, **P. Deuar**,
Macroscopic local realism: how do we define it and is it compatible with quantum mechanics?,
Annals of Physics **265**, 52 (1998).
Wkład własny do publikacji oceniam na **10%**. Uczestniczyłem w dyskusjach na ten temat z moją promotorką, która była pomysłodawcą i głównym autorem tej pracy.
- P12 A. Gilchrist, **P. Deuar**, M. D. Reid,
Contradiction of quantum mechanics with local hidden variables for quadrature phase measurements on pair-coherent states and squeezed macroscopic superpositions of coherent states,
Physical Review A **60**, 4259 (1999).
Wkład własny do publikacji oceniam na **15%**. Przeprowadziłem część obliczeń numerycznych przedstawionych w tej pracy.
- P13 **P. Deuar**, W. J. Munro,
Improving detectors using entangling quantum copiers,
Physical Review A **61**, 010306(R) (2000).
Wkład własny do publikacji oceniam na **80%**. Byłem pomysłodawcą tego kierunku badań i wykonałem obliczenia. Wykonałem większość analizy wyników i większość pracy przy przygotowaniu artykułu.
- P14 **P. Deuar**, W. J. Munro,
Information transfer and fidelity in quantum copiers,
Physical Review A **61**, 062304 (2000).
Wkład własny do publikacji oceniam na **80%**. Byłem odpowiedzialny za pomysł, obliczenia, przygotowanie artykułu oraz większość analizy wyników.
- P15 **P. Deuar**, W. J. Munro,
Quantum copying can increase the practically available information,
Physical Review A **62**, 042304 (2000).
Wkład własny do publikacji oceniam na **80%**. Byłem odpowiedzialny za pomysł, obliczenia, przygotowanie artykułu oraz większość analizy wyników.
- P16 **P. Deuar**, W. J. Munro, K. Nemoto,
Upper bound on the region of separable states near the maximally mixed state,
Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics **2**, 225 (2000).
Wkład własny do publikacji oceniam na **50%**. Obliczenia oraz część pomysłów i przygotowania pracy były wykonane przez mnie.

- P17 P. Rungta, W. J. Munro, K. Nemoto, **P. Deuar**, G. J. Milburn, C. M. Caves,
Qudit Entanglement.
 “Directions in Quantum Optics: A Collection of Papers Dedicated to the Memory of Dan Walls”
 (Eds. H. Carmichael, R. Glauber, and M. O. Scully, Springer, Berlin, 2001, p. 149-164).
 Lecture Notes in Physics **561**, 149 (2001). (arXiv:quant-ph/0001075)
 Wkład własny do publikacji oceniam na **5%**. Uczestniczyłem w części badań poświęconych kryteriom separowalności.
- P18 **P. Deuar**, P. D. Drummond,
Stochastic gauges in quantum dynamics for many-body simulations,
 Computer Physics Communications **142**, 442 (2001).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **70%**. Przeprowadziłem obliczenia numeryczne oraz analizę metody w ścisłej współpracy z promotorem. Napisałem techniczną część artykułu.
- P19 **P. Deuar**, P. D. Drummond,
Gauge P-representations for quantum-dynamical problems: Removal of boundary terms,
 Physical Review A **66**, 033812 (2002).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **75%**. Byłem pomysłodawcą idei *diffusion gauges*. Obliczenia analityczne i numeryczne do pracy były wykonane przez mnie. Początkowy pomysł usunięcia *boundary terms*, jak i wybór modeli do sprawdzenia oraz idea *drift gauges* pochodziły od promotora. Miał on również duży wkład w redagowaniu artykułu.
- P20 P. Badziąg, **P. Deuar**, M. Horodecki, P. Horodecki, R. Horodecki,
Concurrence in arbitrary dimensions,
 Journal of Modern Optics **49**, 1289 (2002).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **10%**. Uczestniczyłem we wstępnej części obliczeń i ogólnej dyskusji na tematy zawarte w artykule.
- P21 P. D. Drummond, **P. Deuar**,
Quantum dynamics with stochastic gauge simulations,
 Journal of Optics B-Quantum and Semiclassical Optics **5**, S281 (2003).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **30%**. Obliczenia w części dotyczącej *anharmonic oscillator* były wykonane przez mnie. Uczestniczyłem w rozwoju ogólnej metody przedstawionej w artykule, analizie i interpretacji tej metody i wyników, jak i w pisaniu artykułu.
- P22 P. D. Drummond, **P. Deuar**, J. F. Corney, K. V. Kheruntsyan,
Stochastic gauge: a new technique for quantum simulations,
 Proceedings of the 16th International Conference on Laser Spectroscopy, Australia, 13-18 July 2003 (Eds. P. Hannaford, A. Sidorov, H. Bachor, and K. Baldwin, World Scientific, Singapore, 2004, p. 161-170).
 (arXiv:cond-mat/0309537)
 Wkład własny do publikacji oceniam na **30%**. Byłem odpowiedzialny za obliczenia w części dotyczącej modelu Lieba-Linigera, uczestniczyłem również w rozwoju ogólnej metody przedstawionej w artykule oraz w samym pisaniu artykułu.
- P23 P. D. Drummond, **P. Deuar**, K. V. Kheruntsyan,
Canonical Bose Gas Simulations with Stochastic Gauges,
 Physical Review Letters **92**, 040405 (2004).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **50%**. Główne wyniki (obliczone metodą stochastyczną) przedstawione w artykule były uzyskane przeze mnie. Byłem również odpowiedzialny za opracowanie praktycznej metody do przeprowadzenia tego typu obliczeń. Uczestniczyłem w przygotowaniu artykułu i interpretacji tematu.

3.1.2 Opublikowane po uzyskaniu stopnia doktora (od 2005)

- P24 M. R. Dowling, P. D. Drummond, M. J. Davis, **P. Deuar**,
Time-reversal test for stochastic quantum dynamics,
Physical Review Letters **94**, 130401 (2005).
Wkład własny do publikacji oceniam na **20%**. Wykonałem obliczenia dla jednego z dwóch przykładów podanych w artykule (oscylator anharmoniczny) oraz uczestniczyłem w redakcji artykułu.
- P25 **P. Deuar**, P. D. Drummond,
First-principles quantum dynamics in interacting Bose gases I: the positive P representation,
Journal of Physics A: Mathematical and General **39**, 1163 (2006).
Wkład własny do publikacji oceniam na **85%**. Byłem pomysłodawcą dokładnego zbadania zagadnienia opisanego w artykule. Wykonałem wszystkie obliczenia analityczne i numeryczne oraz przygotowałem artykuł.
- P26 **P. Deuar**, P. D. Drummond,
First-principles quantum dynamics in interacting Bose gases II: stochastic gauges,
Journal of Physics A: Mathematical and General **39**, 2723 (2006).
Wkład własny do publikacji oceniam na **85%**. Pomysł *diffusion stochastic gauges* i dokładna analiza ich zachowania był mój. Wykonałem wszystkie obliczenia analityczne i numeryczne oraz przygotowałem artykuł.
- P27 P. D. Drummond, **P. Deuar**, J. F. Corney,
Quantum Many-Body Simulations Using Gaussian Phase-Space Representations,
Optics and Spectroscopy **103**, 7 (2007).
Wkład własny do publikacji oceniam na **20%**. Jedno z trzech przykładowych obliczeń podanych w artykule (mieszanie czterech fal) było wykonane przez mnie. Uczestniczyłem w redakcji artykułu.
- P28 P. D. Drummond, **P. Deuar**, T. Vaughan, J. F. Corney,
Quantum dynamics in phase space: from coherent states to the Gaussian representation,
Journal of Modern Optics **54**, 16 (2007).
Wkład własny do publikacji oceniam na **20%**. Jedno z dwóch przykładowych obliczeń podanych w artykule (oddziaływania długozasięgowe) było wykonane przez mnie. Uczestniczyłem w redakcji artykułu.
- P29 **P. Deuar**, A. G. Sykes, D. M. Gangardt, M. J. Davis, P. D. Drummond, K. V. Kheruntsyan,
Non-local pair correlations in the 1D Bose gas at finite temperature,
Physical Review A **79**, 043619 (2009).
Wkład własny do publikacji oceniam na **40%**. Przeprowadziłem większość pracy obliczeniowej (12 z 18 wykresów) oraz jestem odpowiedzialny za opracowanie zaawansowanej metody stochastycznej, której opis stanowi znaczną część artykułu. Przygotowałem większość tekstu artykułu. Wspólnie z KVK, organizowałem tę współpracę między kilkoma ośrodkami.
- P30 S. Wüster, J. Stanojevic, C. Ates, T. Pohl, **P. Deuar**, J.F. Corney, J.M. Rost,
Correlations of Rydberg excitations in an ultracold gas after an echo sequence,
Physical Review A **81**, 023406 (2010).
Wkład własny do publikacji oceniam na **10%**. W ramach tej współpracy byłem doradcą w sprawie stochastycznych metod użytych do tych badań, jednak ostatecznie ich wyniki w końcu nie trafiły do publikacji. Uczestniczyłem aktywnie w analizie i interpretacji wyników oraz redakcji artykułu.
- P31 J. Dziarmaga, **P. Deuar**, K. Sacha,
Comment on “Quantum entangled dark solitons formed by ultracold atoms in optical lattices”,
Physical Review Letters **105**, 018903 (2010).
Wkład własny do publikacji oceniam na **35%**. Byłem pomysłodawcą pracy oraz przeprowadziłem jedno z dwóch numerycznych obliczeń w niej przedstawionych. Prowadziłem korespondencje z autorami omawianego artykułu. Wszyscy autorzy znacząco uczestniczyli w interpretacji i przygotowaniu publikacji.

- P32 E. Witkowska, **P. Deuar**, M. Gajda, K. Rzążewski,
Solitons as the early stage of quasicondensate formation during evaporative cooling,
 Physical Review Letters **106**, 135301 (2011).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **30%**. Przeprowadziłem dużą część obliczeń dynamiki (pozostała część należała do EW) oraz opracowałem metodę odwirowania fazy kwantowej, która pozwoliła uzyskać obraz domen fazowych m.in. wyniki przedstawione na Fig. 2. Wyniki te stały się główną przyczyną, dzięki której artykuł znalazł się na okładce Phys. Rev. Lett. Uczestniczyłem w analizie i interpretacji wyników oraz w przygotowaniu i redakcji artykułu.
- P33 T. Karpiuk, **P. Deuar**, P. Bienias, E. Witkowska, K. Pawłowski, M. Gajda, K. Rzążewski, M. Brewczyk,
Spontaneous solitons in the thermal equilibrium of a quasi-one-dimensional Bose gas,
 Physical Review Letters **109**, 205302 (2012).
 Wkład własny do publikacji oceniam na **30%**. Wraz z TK przeprowadzałem symulacje dynamiki i uczestniczyłem w analizie danych. Wykonałem analizę widzialności solitonów oraz porównanie z dokładnymi wynikami Yanga i Yanga. Uczestniczyłem w interpretacji wyników oraz napisałem i zredagowałem znaczną część artykułu.

3.2 Publikacje naukowe nieznajdujące się w bazie Web of Science

3.2.1 Opublikowane po uzyskaniu stopnia doktora (od 2005)

- P34 **P. Deuar**,
First-principles quantum simulations of many-mode open interacting Bose gases using stochastic gauge methods,
 PhD thesis - University of Queensland.
 arXiv:cond-mat/0507023
 Praca doktorska.
- P35 P. D. Drummond, T. Vaughan, J. F. Corney, G. Leuchs, **P. Deuar**, *Coherence and Correlations in Atom Lasers*,
 Proceedings of the 9th Rochester Conference on Coherence and Quantum Optics (CQO9), paper IB_2 (2007). (arXiv:0710.2842)
 Wkład własny do publikacji oceniam na **15%**. Byłem odpowiedzialny za jedno z dwóch przykładowych obliczeń podanych w artykule (zderzenie kondensatów).
- P36 **P. Deuar**, M. Stobińska,
Correlation waves after quantum quenches in one- to three-dimensional BECs,
 arXiv:1310.1301, wysłane do Physical Review Letters.
 Wkład własny do publikacji oceniam na **90%**. Cały pomysł i metodyka badań pochodzi ode mnie. Wykonałem wszystkie obliczenia analityczne i numeryczne. Przygotowałem również artykuł. Interpretacja wyników oraz dalsza redakcja artykułu były wykonane wspólnie.

4 Opis osiągnięcia naukowego stanowiącego przedmiot habilitacji: cykl publikacji pt.

Metody stochastyczne dla makroskopowej dynamiki kwantowej i ich zastosowania

Cykl artykułów to efekt długoterminowego programu badań, który od czasu uzyskania stopnia doktora stanowi trzon moich prac badawczych. W ramach tego prowadzę konsekwentny rozwój stochastycznych metod opisu kwantowej dynamiki wielu oddziałujących cząstek, które byłyby odpowiednie do opisu spontanicznych procesów w ultrazimnych gazach. Zjawiska spontaniczne są w całości pominięte w dotychczas używanych opisach półklasycznych takich jak średnie pole lub pola klasyczne dla niezerowej temperatury. Poza samym rozwojem metod [H1,H2,H3,H5,H9], cykl przedstawia zastosowanie tych metod do opisu skorelowanych par atomów produkowanych podczas zderzenia kondensatów Bosego-Einsteina, zarówno w ogólnych przypadkach [H1,H6,H8], jak i w bezpośrednim powiązaniu z eksperymentami [H3,H4,H7]. Moje najnowsze badania rozszerzyły zakres zastosowania metod przestrzeni fazowej na układy wielu oddziałujących spinów [H9].

4.1 Wstęp – procesy spontaniczne a stochastyczny opis mechaniki kwantowej

Już przeszło dwadzieścia lat fizyka ultrazimnych gazów (gazów “kwantowych”) jest prężnie rozwijającą się dziedziną nauk. Kwantowe gazy są makroskopowymi układami wielu oddziałujących cząstek, których opis w mechanice kwantowej jest bardzo precyzyjny. Dzięki temu możliwe jest dokładne porównywanie eksperymentu z teorią, jak i tworzenie analogii z bardziej skomplikowanymi obiektami takimi jak ciekły hel czy ciała stałe, których opis jest mniej dokładny. Szerokie możliwości obserwacji tych gazów za pomocą kamery CCD czynią je unikalnie wygodnym obiektem do badania wielociałowej mechaniki kwantowej. Sterowanie oddziaływaniami oraz umieszczenie gazu w periodycznym potencjale generowanym optycznie pozwala uzyskać odpowiedniki wielu zjawisk z fizyki ciała stałego, jak na przykład modele Bose-Hubbarda czy teoria BCS. Takie układy zwane są *symulatorami kwantowymi*. W odpowiednio niskich temperaturach bozonowe atomy tworzą kondensat Bosego-Einsteina, który jest układem wielu ciał w tym samym stanie kwantowym. W takim układzie efekty kwantowe stają się niezwykle widoczne. Niemniej jednak ten prosty obraz kondensatu pomija wiele zjawisk badanych w najnowszych eksperymentach, na przykład nieklasyczne korelacje między odległymi cząstkami [1–9][H4,H8].

Q ostatnich kilku latach obserwuje się rosnące zainteresowanie zarówno dynamiką gazów kwantowych i ich stanami przejściowymi, jak i ich statystyką. Przykładem są badania nad zjawiskiem *quantum quench* (skokiem nieadiabaticznym) [10–14], nad korelacjami par atomowych [1–9][H1,H4,H8] oraz nad pełnym rozkładem statystycznym pomiarów [15,16]. Do opisu tych badań niezbędne jest wyjście poza opis półklasyczny, który przedtem był wystarczający. Przez opis półklasyczny rozumie się opis za pomocą średniego pola układów blisko zerowej temperatury [17], czy też przybliżenia pół klasycznych dla wyższych temperatur [18,19]. Z powodu dużego znaczenia jakie odgrywają tu procesy spontaniczne, w których atomy przechodzą z modów (jednocząstkowych orbitali) wysoko obsadzonych do pustych, opis półklasyczny jest wysoce nieadekwatny. Występuje zazwyczaj utrata koherencji ze źródłowymi modami układu, co pozwala na występowanie bardziej egzotycznych stanów z np. ściśnięciem spinu [4,5] lub kwantowymi korelacjami par atomów. Do niedawna większość wspomnianych zjawisk była słabo dostępna eksperymentalnie, gdyż ich charakterystyczna skala długości, będąca długością zablizniania ξ , była znacznie poniżej osiągalnej rozdzielczości pomiarów. Obecnie, zjawiska te są już dostępne dzięki najnowszym postępom eksperymentalnym. Opracowano metodę detekcji pojedynczych atomów w wolnej przestrzeni za pomocą metastabilnych atomów takich jak He^* [1,9,20][H4] oraz tzw. metodę *light sheet* [2,21]. Znaczący wkład ma także rosnąca zdolność uzyskania rozdzielczości na skali długości

zabliżniania poprzez bezpośrednią poprawę rozdzielczości [2,5,15,16,21] lub użycie specjalnych technik takich jak anty-pułapkowanie [22].

Mimo że opis gazów kwantowych w mechanice kwantowej jest uważany za niezwykle precyzyjny, wyjście poza półklasyczne przybliżenie, gdzie dynamika układu kieruje się równaniami Grossa-Pitajewskiego lub zlinearyzowanymi fluktuacjami wokół nich [17], jest dużym wyzwaniem. Problem bierze się z wykładniczo rosnącej liczby stanów kwantowych, która musi być brana pod uwagę w miarę dodawania cząstek lub dostępnych modów. Jest to tak zwana *curse of dimensionality* (klątwa wielu wymiarów) polegająca na tym, że liczba wymiarów przestrzeni Hilberta rośnie jak $\sim d^M$ dla M modów mogących pomieścić do $d - 1$ atomów. Dla N fermionów $d = 2$ i $M \geq N$, podczas gdy dla bozonów wymiar d może być w zasadzie nawet rzędu N , a liczba istotnych modów zależy od szczegółów układu. Tak czy inaczej, dla makroskopowych układów liczba stanów jest nie do opanowania, poza szczególnymi przypadkami gdy istnieją wyjątkowe symetrie pozwalające ograniczyć dynamikę do małej liczby dobrze znanych stanów. Jest to raczej niespotykane w dokładnym opisie układów eksperymentalnych.

Obliczenia metodą “siłową” (deterministyczna ewolucja pełnego stanu w przestrzeni Hilberta) stają się niemożliwe powyżej kilkunastu, lub ewentualnie w sprzyjających warunkach, kilkudziesięciu atomów. W typowym eksperymencie występuje $10^4 - 10^7$ atomów. Problem jest szczególnie uciążliwy dla obliczeń dynamiki, gdzie standardowe metody Monte-Carlo nie sprawdzają się z powodu szybkiego narastania fluktuacji fazy w całkach po trajektoriach, podobnej do słynnego “problemu znaku” znanego ze statycznych obliczeń z fermionami [23]. Nowsze podejścia oparte na stanach MPS i metodzie DMRG [24–27], pozwalają na obliczenia dla kilkuset atomów, ale przeważnie tylko dla jednowymiarowych układów, ewentualnie dwuwymiarowych pasków [28].

Za to, dla szerokiej gamy zagadnień, można obejść tę trudność za pomocą podejścia stochastycznego innego niż tradycyjne obliczenia Monte-Carlo — tzw. metod przestrzeni fazowej (*phase-space methods*) [29–32][P23,P21,P34]. Opierają się one na następującej reprezentacji stanu układu:

$$\hat{\rho} = \int P(\vec{\lambda}) \hat{\Lambda}(\vec{\lambda}) d\vec{\lambda}, \quad (1)$$

gdzie $\hat{\rho} = \sum_a p_a |\Psi_a\rangle \langle \Psi_a|$ jest macierzą gęstości opisującą stan kwantowy lub mieszankę takich stanów z wagami p_a , $\hat{\Lambda}(\vec{\lambda})$ jest bazą operatorową opisaną parametrami $\vec{\lambda}$, a $P(\vec{\lambda})$ jest rozkładem prawdopodobieństwa dla parametrów. Odwzorowuje się pełen stan kwantowy na zbiór próbek $\{\vec{\lambda}^{(j)}\}$, których częstotliwość występowania jest określona przez rozkład P . Każda z nich odpowiada pewnej konfiguracji parametrów opisujących operator bazowy $\hat{\Lambda}(\vec{\lambda}^{(j)})$. Odwzorowanie staje się coraz bardziej dokładne w miarę jak liczba próbek rośnie. Podobnie, pełna dynamika kwantowa odpowiada stochastycznej ewolucji tych próbek. Aby stochastyczna ewolucja mogła być wykonana w praktyce, kluczowe jest, żeby baza $\hat{\Lambda}$ była wybrana w taki sposób, że parametry są zdefiniowane lokalnie dla każdego podukładu. A więc $\hat{\Lambda} = \otimes_{m=1}^M \hat{\Lambda}_m(\boldsymbol{\lambda}_m)$ i $\vec{\lambda} = (\dots, \boldsymbol{\lambda}_m, \dots)$, gdzie indeks m zlicza podukłady, którymi mogą być np. mody, orbitale, czy punkty na sieci obliczeniowej. Lokalną bazę opisuje wektor parametrów $\boldsymbol{\lambda}_m$.

Takie podejście jest skuteczne ponieważ, po pierwsze: w dużym układzie prawie wszystkie fizycznie interesujące właściwości mają wkład od wielu podukładów i po drugie: dokładność kilkucyfrowa w wynikach jest wystarczająca. Przy odpowiednim wyborze operatorów bazowych $\hat{\Lambda}_m$ można uzyskać rozkład P , który jest rzeczywisty i dodatni i pozostaje taki pod wpływem dynamiki kwantowej. Funkcjonuje on, więc, jako rozkład prawdopodobieństwa konfiguracji $\vec{\lambda}$. Ewolucja próbek polega wtedy po prostu na dyfuzji w przestrzeni konfiguracji, a pojedyncze próbki nie uzyskują własnych faz, których obecność w tradycyjnym Monte Carlo prowadzi do słynnych problemów fazy czy znaku.

Ceną za to jest ograniczenie precyzji wyników przez fluktuacje statystyczne. Także dostępny zakres czasowy bywa ograniczony z powodu wzmocnienia szumu, które często następuje w toku ewolucji [33][P25,P34,H2,H9] i o którym będzie mowa poniżej. Niemniej, dla wielu zagadnień można uzyskać użyteczne wyniki, które nie są dostępne przy żadnym innym podejściu.

Pomimo ograniczeń dostępnej precyzji, to podejście zawiera w sobie *pełną* dynamikę kwantową i nie wyklucza żadnych procesów, które w niej występują. W odróżnieniu od rozmaitych przybliżeń i uproszczeń, które można by zrobić na poziomie opisu układu, tutaj cała niedokładność w wynikach jest natury statystycznej bez odchyżeń systematycznych. Może ona być zmniejszana poprzez dodanie większej liczby trajektorii, ale co ważniejsze może ona także być wiarygodnie oszacowana poprzez prostą analizę statystyczną rozrzutu wyników w zbiorze wygenerowanych realizacji. Wygodną cechą jest także to, że z reguły, równania dynamiki mają prostą formę – typowo są one równaniami średniego pola z dodatkiem odpowiedniego szumu – i mogą być z łatwością dostosowane do realistycznych szczegółów eksperymentalnych. Możliwość przeprowadzenia tych obliczeń nie wymaga specjalnych założeń o symetrii układu lub stanu. Obliczenie nie jest znacząco utrudnione przez dowolny potencjał zewnętrzny, straty jednociałowe, warunki brzegowe czy zmienność hamiltonianu w czasie.

Cykl moich badań przedstawionych tutaj dotyczy rozwoju i adaptacji metod przestrzeni fazowej do realistycznych gazów kwantowych, bazując na dodatniej reprezentacji P (*positive-P*) [34]. Sprawdziła się ona najpierw w optyce kwantowej, a szczególnie w opisie niekoherentnej dynamiki oscylatora parametrycznego (*optical parametric oscillator*) i solitonów [35–41]. Te układy mają wiele podobieństw ze spontaniczną produkcją par w gazach kwantowych. Później, wstępne próby zastosowania jej do dynamiki kondensatów atomowych były podjęte w kilku pracach ze średnim powodzeniem [42,43][P25,P34], ale dopiero wyniki uzyskane w trakcie cyklu badań, który jest opisany tutaj, pozwoliły poczynić z niej użytek dla realistycznych przypadków [44–47][H1,H3,H4,H6,H7,H8,P27].

Ważnym przykładem układu, który nie jest dobrze opisany żadnym innym podejściem są naddźwiękowe zderzenia kondensatów Bosego-Einsteina [1,3,48–53], a w szczególności poświata rozproszonych par atomów, która powstaje w ich trakcie (zwana zazwyczaj jako *halo*). Metody rozwinięte przeze mnie i przedstawione w artykułach [H1,H2,H5] są jedynym podejściem, które dało wystarczająco dokładną zgodność z eksperymentami aby dogłębnie zrozumieć zachowanie tych par. Wyniki moich badań w tej dziedzinie są przedstawione bardziej szczegółowo w artykułach [H1,H3,H4,H6,H7,H8]. Stanowią one także dobry punkt startowy dla dalszych badań w celu zrozumienia właściwości atomów rozproszonych przez spokrewnione spontaniczne procesy jak np. pary wytworzone rozpadem wzbudzonych stanów w chmurze [2,7,8], podczas mieszania czterech fal [54,55], czy przy naddźwiękowym opływie kondensatu wokół przeszkody [56–58].

4.2 Rozwój metod stochastycznych dla kondensatów Bosego-Einsteina

Cykl prac [H1-H9] obejmuje rozwój podejść, które najpierw poznałem podczas mojego doktoratu, w nowym kierunku. W czasie doktoratu z promotorem prof. Peterem Drummondem [P34], zajmowałem się metodami przestrzeni fazowej. Rozważaliśmy ich właściwości ogólne, a najwięcej czasu poświęcono tzw. cechowaniu stochastycznemu (*stochastic gauges*), czyli stopniom swobody w odwzorowywaniu mechaniki kwantowej przez równania stochastyczne [P18,P19,P21-P24,P26,P28] (zob. część 5.2). Nazwa pochodzi z analogii do wyboru cechowania w elektrodynamice. Mieliśmy na oku zastosowanie ich do opisu gazu ultrazimnych atomów bozonowych. W zwyczajnym przypadku, hamiltonian ma postać

$$\hat{H} = \int d^3\mathbf{x} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{x}) \right) \hat{\Psi}(\mathbf{x}) + \frac{g}{2} \int d^3\mathbf{x} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\Psi}(\mathbf{x}) \hat{\Psi}(\mathbf{x}), \quad (2)$$

z bozonowym operatorem pola $\hat{\Psi}(\mathbf{x})$, kontaktowym oddziaływaniem o sile g , zewnętrznym potencjałem $V(\mathbf{x})$ i masą cząstek m . Poza członem kinetycznym, jest on bardzo podobny do hamiltonianu z nieliniowością Kerra ($\chi^{(3)}$) znanego z optyki kwantowej, dla którego właśnie metody przestrzeni fazowej, takie jak *positive-P* odniosły duże sukcesy [35–41]. Mieliśmy nadzieję powtórzyć je w dziedzinie zimnych atomów. Dużo wysiłku poświęciliśmy zwalczaniu pewnych systematycznych odchyżeń widzia-

nych w optyce kwantowej (tzw. błędy brzegowe – *boundary term errors*) [33] za pomocą cechowania stochastycznego. Po pewnych perypetiach [P18], nasze działania okazały się skuteczne [P19,P23].

Niemniej, w późniejszym okresie doktoratu i po jego zakończeniu zaczęło się robić jasne, że zastosowanie cechowania stochastycznego do realistycznych problemów w dynamice będzie trudne, lub przynajmniej będzie wymagało dalszych pomysłów. Wybory cechowania, które były bardzo skuteczne dla prostych jedno czy dwumodowych układów, stawały się mało skuteczne dla realistycznych problemów. Są dwa powody: (I) trudność z wybraniem dobrego cechowania gdy układ jest skomplikowany oraz (II) pojawianie się dodatkowej wagi, która burzy poprzednie dogodne (liniowe lub kwadratowe) skalowanie rozmiaru obliczenia z rozmiarem układu [P26]. Z drugiej strony, stało się także jasne, że błędy brzegowe nie są istotnym problemem w obliczeniach dynamiki układu (2), bo wzmocnienie szumu zawsze następuje szybciej niż jakikolwiek ślad odchyżeń systematycznych [P25,P26].

Po opracowaniu szacunków czasu trwania symulacji, zarówno w cechowanym, jak i w niecechowanym rozkładzie *positive-P* [P25,P26], zdałem sobie sprawę, że zastosowanie surowej (niecechowanej) metody *positive-P* do dynamiki chmur zimnych atomów może mieć sens w wielu eksperymentalnie realistycznych warunkach. Z drugiej strony, dostęp do stanów równowagi, który także był celem, będzie dość ograniczony z powodu narastania szumu (choć nie niemożliwy – zob. część 5.3). Poza tym, istnieje wiele konkurencyjnych i wysoce dopracowanych metod, takich jak Monte Carlo czy DMRG, które są dobrze dostosowane do wyliczania stanów równowagowych. Za to, stochastyczne metody są jakby stworzone do obliczeń dynamiki dużych układów dwu- lub trój-wymiarowych, dla których żadne inne metody do liczenia dynamiki kwantowej nie istnieją.

To mnie skłoniło do podjęcia próby zastosowania metody *positive-P* już bez cechowania, ale dla opisu wielkich zespołów atomów w realistycznych sytuacjach, dla których obliczenia nie są dostępne żadną inną metodą. W dynamice kwantowej, taka sytuacja występuje w układach zimnych gazów gdy spontaniczne procesy łamiące koherencję kondensatu stanowią istotę zagadnienia.

4.2.1 Pełna kwantowa dynamika prawdziwie makroskopowego układu [H1]

Reprezentacja *positive-P* była poprzednio stosowana do opisu ultrazimnych atomów [42,43][P25,P34], ale zawsze nieco nieśmiało, dla układów co najwyżej 10^3 czy 10^4 atomów i nigdy dla układu występującego w faktycznym eksperymencie.

Praca [H1] zajęła się przypadkiem z parametrami eksperymentalnymi gdzie nie występują sztuczne uproszczenia (parametry były dobrane aby odwzorować eksperyment grupy Ketterlego [48]). Pierwotnym celem tych badań było sprawdzenie czy można zastosować metodę *positive-P* w formie “czarnej skrzynki” (tzw. *black box*) niewymagającej ręcznej optymalizacji, do obliczeń dynamiki surowego makroskopowego modelu (2) dla makroskopowej liczby oddziałujących atomów. W naszym przypadku było ich 150 000. Bez wchodzenia w szczegóły wyprowadzenia, w reprezentacji *positive-P*, stan układu (1) jest opisany zbiorem próbek $\vec{\lambda}$, w którym każda z nich $\vec{\lambda} = [\psi(\mathbf{x}), \tilde{\psi}(\mathbf{x})]$, składa się z dwóch pól zespolonych ψ i $\tilde{\psi}$ odpowiadających polu bozonowemu $\hat{\Psi}$. Zazwyczaj $\psi(\mathbf{x}) \approx \tilde{\psi}(\mathbf{x})$. Wartości oczekiwane operatorów \hat{O} odpowiadają średniej statystycznej $\langle f \rangle_{\text{stat}}$ odpowiednich funkcji próbek $f(\vec{\lambda}) = \text{Tr}[\hat{O}\hat{\Lambda}(\vec{\lambda})]$. Dla reprezentacji *positive-P*, uzyskuje się f poprzez zastąpienie pól bozonowych w normalnie uporządkowanej formie \hat{O} (tzn. gdy $\hat{\Psi}^\dagger$ są na lewo od $\hat{\Psi}$) według wzoru $\hat{\Psi}(\mathbf{x}) \rightarrow \psi(\mathbf{x})$ i $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x}) \rightarrow \tilde{\psi}(\mathbf{x})^*$. Na przykład, $\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\Psi}(\mathbf{x}') \rangle \rightarrow \langle \tilde{\psi}(\mathbf{x})^*\psi(\mathbf{x}') \rangle_{\text{stat}}$. Ewolucja próbek odbywa się według następujących stochastycznych równań różniczkowych w formie Ito:

$$i\hbar \frac{d\psi(\mathbf{x})}{dt} = \left\{ V(\mathbf{x}) - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + g \tilde{\psi}(\mathbf{x})^* \psi(\mathbf{x}) + \sqrt{i\hbar g} \xi(\mathbf{x}, t) \right\} \psi(\mathbf{x}) \quad (3a)$$

$$i\hbar \frac{d\tilde{\psi}(\mathbf{x})}{dt} = \left\{ V(\mathbf{x}) - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + g \psi(\mathbf{x})^* \tilde{\psi}(\mathbf{x}) + \sqrt{i\hbar g} \tilde{\xi}(\mathbf{x}, t) \right\} \tilde{\psi}(\mathbf{x}) \quad (3b)$$

Tu ξ i $\tilde{\xi}$ są białymi szumami, niezależnymi w każdym punkcie sieci obliczeniowej i kroku czasowym Δt . Ich właściwości są określone przez warunki $\langle \xi(\mathbf{x}, t) \rangle_{\text{stat}} = \langle \tilde{\xi}(\mathbf{x}, t) \rangle_{\text{stat}} = \langle \xi(\mathbf{x}, t) \tilde{\xi}(\mathbf{x}', t') \rangle_{\text{stat}} = 0$ oraz wariancje

$$\langle \xi(\mathbf{x}, t) \xi(\mathbf{x}', t') \rangle_{\text{stat}} = \langle \tilde{\xi}(\mathbf{x}, t) \tilde{\xi}(\mathbf{x}', t') \rangle_{\text{stat}} = \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t'). \quad (4)$$

W praktyce, szumy te są generowane jako niezależne liczby losowe o gaussowskim rozkładzie w każdym punkcie sieci obliczeniowej i czasowej, z wariancją $1/(\Delta V \Delta t)$ i średnią zero. Tu, ΔV jest objętością przypadającą na jeden punkt w przestrzeni. Ewolucja opisana przez (3) różni się od ewolucji pola klasycznego, opisanej równaniem Grossa-Pitajewskiego, jedynie obecnością szumów oraz wynikającymi z tego różnicami pomiędzy wartościami ψ i $\tilde{\psi}$.

Wyniki obliczeń okazały się spektakularne i nadzwyczaj obiecujące. Poza samym wykazaniem działania metody, zaobserwowaliśmy nietrywialną ewolucję rozproszonych atomów w halo - były to pierwsze oznaki, że ich dynamika zawiera o wiele więcej zjawisk niż samo wstępne rozproszenie. Nawet po serii późniejszych prac, wszystkie szczegóły halo dalej nie są do końca rozwikłane. Istotnym elementem tych wyników było także wykazanie bozonowego wzmocnienia rozproszonych atomów wyprodukowanych spontanicznym procesem. Różni się ono od tradycyjnego mieszania czterech fal atomowych jakie opisano np. w [48, 54], gdzie mała koherentna chmura stymulowała rozpraszanie. Ta obserwacja zapoczątkowała wiele lat zamieszania wśród teoretyków i eksperymentalistów zajmującymi się zderzeniami kondensatów, co do wpływu bozonowego wzmocnienia na właściwości halo (które udało się dopiero niedawno rozwikłać [H8], zob. część 4.3.3).

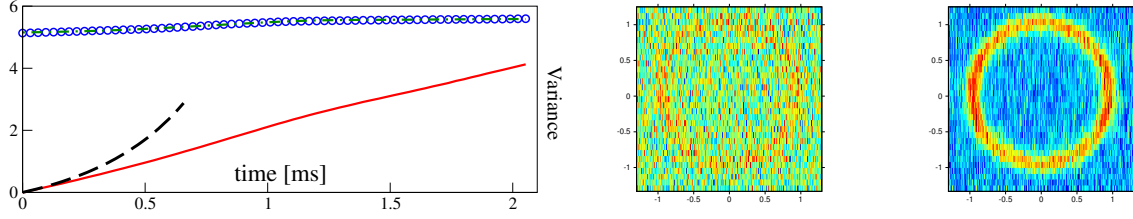
Praca wykazała także, że przybliżona metoda *truncated Wigner* (przyciętej reprezentacji Wignera), która była poprzednio jedyną metodą zdolną opisać zderzenie kondensatów [59, 60] potrafi wygenerować spektakularnie błędne wyniki jeśli układ jest niedostatecznie “klasyczny” (tzn. kiedy liczba atomów nie jest znacznie większa niż dostępnych stanów). Przykład widać na Rys. 2. Co ważne, duża część eksperymentów ma miejsce właśnie w takim niedostatecznie klasycznym zakresie parametrów. Przykładem są eksperymenty grupy Westbrooka w Palaiseau, z którą po tej publikacji nawiązaliśmy owocną współpracę. Tam $N \sim 10^5$, a liczba modów, które trzeba wziąć pod uwagę, jest $\sim 10^6 - 10^7$. Problemem metody Wignera jest to, że trzeba zapoczątkować rozpraszanie do pustych modów poprzez wstępne obsadzenie ich fluktuacjami, odpowiadającymi rozłożeniu średnio po pół cząstki na moda. Mimo że przy obliczaniu wartości oczekiwanych, ponownie odejmuje się te wirtualne cząstki, to dynamika nie odróżnia prawdziwych od wirtualnych i zaczyna rozpraszać także te *wirtualne*. Powoduje to nadmiar obsadzeń przy niskich pędach, a jednocześnie “dalej opróżnia” próżnię w wysokich pędach tak, że przewidywana gęstość cząstek staje się tam ujemna.

Były to pierwsze symulacje pełnej dynamiki kwantowej dla makroskopowej liczby oddziałujących cząstek (150 000) bezpośrednio z mikroskopowego opisu — nie tylko w dziedzinie zimnych atomów. Praca uzyskała trochę rozgłosu w środowisku i była dotychczas cytowana 50 razy.

4.2.2 Opracowanie metody STAB do opisu rozproszonych atomów [H3,H5]

Możliwość dokładnych obliczeń korelacji w halo, którą wykazaliśmy w [H1], doprowadziła do bliskiej współpracy z grupą eksperymentalną Chrisa Westbrooka [H3,H4,H7]. Dość szybko jednak, okazało się, jak zresztą można było podejrzewać, że okres czasu, dla którego można skutecznie obliczyć dynamikę metodą *positive-P*, nie jest bardzo zadowalający. Bezpośrednie obliczenie równaniami (3) ulegało kompletnemu zaszumieniu po około jednej dziesiątej czasu trwania całego zderzenia, z powodu nieliniowego wzmocnienia szumów występujących w równaniach (3).

Ponieważ czas do występowania katastrofalnego szumu skaluje się mniej więcej jak minimum $|\psi(\mathbf{x})|^{-4/3}$ po przestrzeni \mathbf{x} [P25], zmniejszenie gęstości pola traktowanego kwantowo powinno znacznie wydłużyć ten czas. Wpadłem na pomysł, żeby przybliżyć same kondensaty koherentną funkcją falową $\phi(\mathbf{x}, t)$ a tylko fluktuacje wokół niej opisać polem w pełni kwantowym $\hat{\delta}(\mathbf{x}, t)$. Ono zawiera



Rysunek 1: [H5] Po lewej: poziom fluktuacji statystycznych (wariancja) lokalnej gęstości halo dla przypadku z [H1] przy użyciu metod: *truncated Wigner* (niebieski), STAB (czerwony), pełne *positive-P* (czarny). Także, przecięcia przez halo przy użyciu *truncated Wigner* (środek) i STAB (po prawej).

całe halo i niekoherentnie rozproszone atomy, które nas interesowały. Gęstość rozproszonego pola jest znacznie mniejsza, bo tylko około 5% atomów była tu rozpraszana. Uzyskujemy opis przypominający przybliżenie Bogoliubowa, z dowolnie ewoluującym kondensatem w tle. Stąd nazwa STAB (*Stochastic Time-Adaptive Bogoliubov*).

Wybiega to znacznie poza standardowe podejście z przybliżeniem Bogoliubowa ponieważ, po pierwsze “kondensat”, czyli koherentne pole źródłowe, jest mocno zmienne w czasie, a po drugie wymagana liczba modów (miliony) jest za wielka, aby można było rozwiązać równania Bogoliubowa-de Gennesa standardową metodą poprzez diagonalizację. Oba problemy można jednak obejść stosując metodę stochastyczną, w której potraktuje się rozproszone pole reprezentacją *positive-P*.

W ogólnym przypadku, wymagane by było utrzymywanie ortogonalności pomiędzy polem źródłowym kondensatów ϕ a polami rozproszonymi ψ i $\tilde{\psi}$. Szczęśliwie, mamy tu przypadek, w którym rejon interesujący nas (halo) jest dobrze odseparowany od kondensatów. Do jego opisu wystarczy zastosować bazę fal płaskich dla wszystkich pól, co znacznie wszystko upraszcza. Ewolucja jest opisana równaniami:

$$i\hbar \frac{d\psi(\mathbf{x})}{dt} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{x}) + 2g|\phi(\mathbf{x})|^2 \right\} \psi(\mathbf{x}) + g\phi(\mathbf{x})^2 \tilde{\psi}(\mathbf{x})^* + \sqrt{i\hbar g} \phi(\mathbf{x}) \xi(\mathbf{x}, t) \quad (5a)$$

$$i\hbar \frac{d\tilde{\psi}(\mathbf{x})}{dt} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{x}) + 2g|\phi(\mathbf{x})|^2 \right\} \tilde{\psi}(\mathbf{x}) + g\phi(\mathbf{x})^2 \psi(\mathbf{x})^* + \sqrt{i\hbar g} \phi(\mathbf{x}) \tilde{\xi}(\mathbf{x}, t) \quad (5b)$$

$$i\hbar \frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{x}) + g|\phi(\mathbf{x})|^2 \right] \phi(\mathbf{x}) \quad (5c)$$

Metoda ta została najpierw zastosowana w [H3], a potem w późniejszych naszych pracach eksperymentalnych i teoretycznych dotyczących zderzeń kondensatów [H4,H6,H7,H8]. Szczegóły zostały zaprezentowane i omówione w [H5]. Tam wykonano także dokładny sprawdzian poprawności metody dla rozproszonych atomów poprzez porównanie obliczeń STAB (5) do surowej ewolucji pełnego pola bozonowego według równań (3), które były stosowane we wcześniejszej pracy [H1]. Zgodność była świetna. Co do wydajności obliczeniowej, liczba $N \sim 10^6$ atomów na numerycznych sieciach zawierających do $\sim 10^7$ punktów nie stanowi problemu na zwykłym współczesnym komputerze PC.

Określone zostały też warunki poprawnego zastosowania metody – przede wszystkim (I) stosunkowo mała liczba rozproszonych atomów, aby wpływ opróżnienia źródła $\phi(\mathbf{x})$ na rozproszone atomy był zanedbywalny oraz (II) analiza jedynie atomów dobrze odseparowanych w przestrzeni pędów od rejonu zajętego przez kondensaty źródłowe. Ten drugi warunek pozwala uniknąć wpływu nieortogonalności bazy fal płaskich użytej do opisu ψ i $\tilde{\psi}$ względem funkcji falowej kondensatów ϕ .

Porównano także niedokładność statystyczną w STAB i w podejściu używającym *truncated Wigner*, które stosowane było w niektórych wcześniejszych pracach [59–61] (Rys. 1). W większości przypadków, metoda STAB jest o wiele bardziej wydajna ponieważ nie wymaga początkowych fluktuacji.

Metoda STAB pozwoliła prześledzić cały przebieg eksperymentu, jednocześnie zachowując w pełni kwantowy opis rozproszonych atomów w halo. Co znamienne – w większości tego typu eksperymentów tylko stosunkowo mały procent atomów jest rozproszony, więc efekty wyższego rzędu pominięte w STAB są kompletnie zaniedbywalne. Ta cecha nie ulega zmianie podczas późniejszej ekspansji w wolnej przestrzeni w kierunku detektora, ponieważ chmura staje się coraz bardziej rozrzedzona a oddziaływania coraz słabsze.

4.2.3 Opracowanie techniki “triangulacji kwantowej” wydłużającej dostępny czas [H2]

Ogólnie, największą przeszkodą napotykaną przy metodach przestrzeni fazowej jest tzw. katastrofa stochastyczna: ograniczenie czasu, dla którego możemy uzyskać użyteczne wyniki, poprzez wzmocnienie szumu. Dla przypadków, w których metoda STAB nie może być zastosowana, opracowałem także innego rodzaju technikę, która pomaga wydłużyć czas symulacji.

Jak była mowa we wstępie, moc podejść stochastycznych (także też standardowego Monte Carlo) bazuje na tym, że fizycznie interesujące właściwości zazwyczaj mają wkład od wielu cząstek i ograniczona precyzja w wynikach jest wystarczająca. Wtedy nie jest wymagane, aby prześledzić dokładnie wszystkie konfiguracje układu, jedynie dostateczną liczbę “typowych”, pod warunkiem, że możemy dobrze określić pozostały błąd statystyczny.

W “triangulacji kwantowej” zaprowadziłem tę koncepcję o krok dalej: Nie ma także prawdziwej potrzeby, aby faktycznie wykonać kłopotliwą pełną ewolucję kwantową *pod warunkiem*, że dalej możemy przewidzieć co ta ewolucja by wykazała, z *dobrze określonym oszacowaniem błędu statystycznego*. Czy można uzyskać takie oszacowanie określą drogą?

Załóżmy, że mamy dwie niezależne od siebie przybliżone metody, które dają nam układy równań “ \mathcal{A} ” oraz “ \mathcal{B} ”, w których katastrofa stochastyczna z powodu wzmocnienia szumu nie występuje, lecz są one w pewnym stopniu podobne do równań “ \mathcal{Q} ” pełnej dynamiki kwantowej, takich jak np. (3). Te ostatnie są użyteczne tylko do czasu t_{sim} . Jeżeli podobieństwo między \mathcal{A} , \mathcal{B} i \mathcal{Q} jest dostatecznie duże, można skonstruować rodziny hybrydowych równań $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}$ i $\mathcal{H}_{\mathcal{B}}$ (nawet w dość arbitralny sposób), których członkowie są określani przez ciągły parametr hybrydyzacji λ według schematu:

$$\mathcal{H}_{\mathcal{A}} = (1 - \lambda)\mathcal{A} + \lambda\mathcal{Q} \quad ; \quad \mathcal{H}_{\mathcal{B}} = (1 - \lambda)\mathcal{B} + \lambda\mathcal{Q}. \quad (6)$$

Tu hybrydy $\lambda = 1$ odpowiadają pełnej dynamice kwantowej, podczas gdy $\lambda = 0$ daje początkowe przybliżone metody \mathcal{A} i \mathcal{B} . Szczegóły schematu nie są uniwersalne i mogą zależeć od badanego układu.

Hybrydy $\lambda > 0$ będą dalej zawierały katastrofę stochastyczną, *ale nastąpi ona w późniejszym czasie* niż w pełnym kwantowym opisie \mathcal{Q} . Z tego powodu długie czasy $t > t_{\text{sim}}$, które nie były dostępne przez pełny opis kwantowy będą jednak dostępne przez rodziny w zakresie $\lambda \in [0, \lambda_{\text{max}}(t) < 1]$.

Jeśli teraz obliczona wartość interesującej nas wielkości fizycznej zależy w sposób gładki od λ dla rodziny $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}(\lambda)$, to można wykonać ekstrapolacje do $\lambda = 1$ na podstawie kilku obliczeń w tym krótszym zakresie $[0, \lambda_{\text{max}}(t)]$, który jeszcze jest dostępny numerycznie. W ten sposób uzyskuje się oszacowanie dla czasu dłuższego niż te dostępne pełnym opisem kwantowym \mathcal{Q} . Błąd statystyczny w takiej ekstrapolacji może być oszacowany różnymi standardowymi metodami statystycznymi [62]. W moich obliczeniach stosowałem podejście podzielenia wszystkich realizacji na podzbiory. Pełen zbiór dawał główną ekstrapolację, ale także wykonywano ekstrapolację dla każdego podzbioru z osobna. Niepewność głównego wyniku jest szacowana na podstawie rozrzutu ekstrapolacji z każdego podzbioru.

Oczywiście, wynik ekstrapolacji z jednej rodziny $\mathcal{H}_{\mathcal{A}}$ nie jest jeszcze szczególnie przekonujący z powodu znanych ogólnych słabości ekstrapolowania. Może on natomiast być sprawdzony za pomocą innych niezależnych rodzin hybrydowych równań, np. $\mathcal{H}_{\mathcal{B}}$. Po to one właśnie są potrzebne. Kiedy wszystkie oszacowania z niezależnych hybryd zgadzają się, uzyskujemy “interpolację między ekstrapolacjami”, która jest już o wiele mocniejszym wynikiem niż którakolwiek ekstrapolacja w pojedynkę.

Rys. 17 podaje przykład zastosowania metody. Ogólna koncepcja jest podobna do tej używanej, np. w diagramatycznym Monte Carlo, gdy porównuje się wyniki uzyskane przy różnych rodzajach resumacji (są one analogią tutejszych rodzin) dla ciągu obliczeń z rosnącym rzędem przybliżenia (analogia λ) [63].

Aby zademonstrować zastosowanie, przeliczyłem ponownie układ zderzenia kondensatów opisany w pionierskiej pierwszej pracy z serii – [H1]. Równaniami kwantowymi \mathcal{Q} były oczywiście te z surowej metody *poistive-P*, (3), podczas gdy metodą przybliżoną \mathcal{A} było popularne podejście *truncated Wigner*, a drugą, \mathcal{B} , był opis średniego pola – równanie Grossa-Pitajewskiego. Wykazałem poprawność i użyteczność uzyskanych wyników dla czasów dostatecznie długich ($\sim 1.5\text{ms}$) aby zaobserwować zakończenie zderzenia (Rys. 2). Dotarcie do tego czasu nie było możliwe pierwotną metodą. Triangulacja kwantowa okazała się potem niezbędna dla obliczeń dynamiki układów spinów [H9] – zob. część 4.5.

4.3 Zderzenie kondensatów – właściwości par atomowych w halo

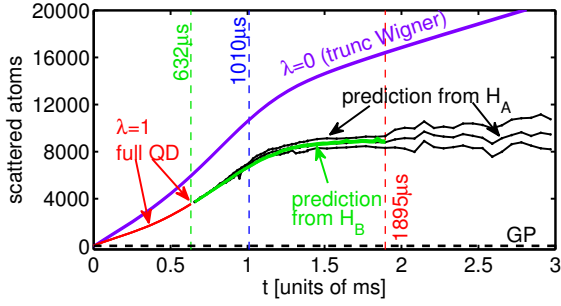
Gdy dwa kondensaty Bosego-Einsteina zderzają się z wystarczająco dużą prędkością, rozpraszane są skorelowane pary atomów. Zjawisko to staje się znaczące, gdy względna prędkość kondensatów przekracza prędkość dźwięku w najgęstszym obszarze. W teorii nadciekłości, odpowiada to przekroczeniu prędkości krytycznej. Oznaczając pęd atomów w kondensatach we współrzędnych środka masy jako $\pm\hbar\mathbf{k}_0$, podstawowy proces jest $k_0 \& -k_0 \rightarrow \mathbf{k} \& -\mathbf{k}$: atomy z przeciwbieżnych kondensatów zderzają się, produkując parę przeciwbieżnych atomów z pędami $\pm\hbar\mathbf{k}$. W najprostszym przybliżeniu, zachowanie energii i pędu wymaga $|\mathbf{k}| = |k_0|$, prowadząc do powstania sferycznego halo o promieniu $\hbar|k_0|$ w przestrzeni pędów. Rys. 3 przedstawia typowy przypadek (na podkładzie gęstości obliczonej w [H6]).

Halo to zostało zaobserwowane w wielu eksperymentach [1, 3, 44, 48–55, 64–68][H3,H4,H7] i było analizowane w wielu pracach teoretycznych [44, 46, 59, 60, 68–79][H1,H3,H6,H7,H8]. Atomy są zazwyczaj rejestrowane po długim czasie swobodnego lotu w próżni, kiedy ich położenia w dobrym przybliżeniu odpowiadają rozkładowi prędkości (pędów), który powstał pod koniec zderzenia. Poza zwyczajnym obrazem absorpcyjnym stosowanym powszechnie w eksperymentach z ultrazimnymi atomami, dwie nowatorskie techniki zostały rozwinięte, aby móc rejestrować położenie pojedynczych atomów i uzyskać dostęp do ich korelacji. Są to: użycie detektora MCP (*multi channel plate*) [1, 20, 80] oraz metoda z zastosowaniem tak zwanej *light sheet* (tafla świetlna) [2, 21, 81].

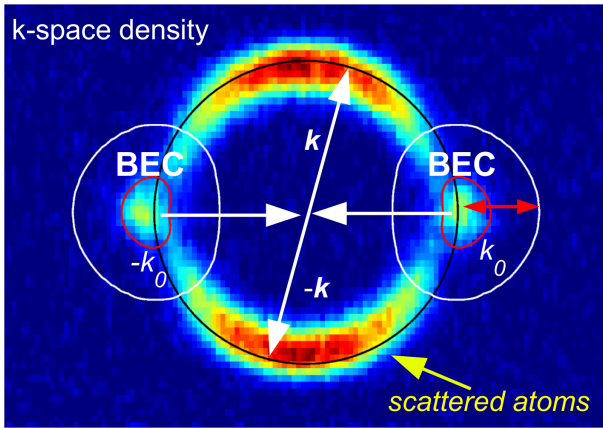
Formacja halo jest tu procesem spontanicznym, ponieważ atomy rozpraszane są w regiony przestrzeni pędów, które były początkowo puste. Z tego powodu, dynamika średniego pola (5c) nie jest zdolna opisać tego zjawiska – prawa strona równania wynosi zero gdy $\phi(\mathbf{x}) = 0$. W konsekwencji, halo nie jest koherentne z kondensatowymi źródłami. Jest to podobne do produkcji par fotonów w parametrycznym podziale częstości (*parametric down conversion*). Takie pary fotonów są mocno ściśnięte i były używane do badania łamania nierówności twierdzenia Bella [82], a mogą być nawet stosowane do takich egzotycznych zastosowań jak kryptografia kwantowa [83] czy kwantowa teleportacja [84].

Analogicznie, pary atomów w zderzeniu kondensatów mają potencjalne zastosowania do ultraprecyzyjnych pomiarów [85] interferometrii [5, 86–88], lub badań nad podstawami mechaniki kwantowej [89, 90]. Spodziewa się ogólnie, że sytuacje, w których prędkość krytyczna jest przekroczona w kondensacie produkują podobne halo. Zderzenia stanowią więc pewien pierwowzór dla badań nad takimi zjawiskami jak rozszczepianie cząstek w kondensacie [47, 91–105], rozpraszanie podczas efektu nadpromienistości (*superradiance*) [106–115], atomowy parametryczny podział częstości [2, 7, 8, 55, 116–122], lub oddziaływanie kondensatu z barierą [56–58, 123–126].

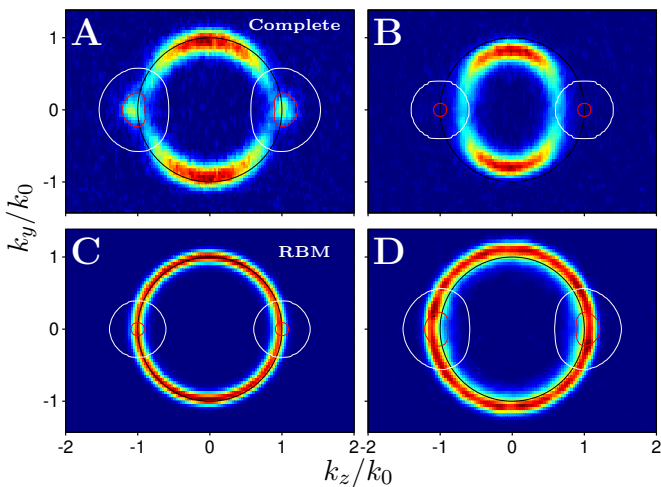
Okazuje się jednak, że najprostsze przybliżenie sferycznego halo i idealnych par atomów jest zazwyczaj zbyt radykalne z powodu występowania wielu dodatkowych procesów. Nie można polegać na nim w praktycznych zastosowaniach. Wymagają one wyjścia poza analityczne opisy opierające się na sprzężeniu kilku modów. Zamiast tego, potrzebne są symulacje numeryczne.



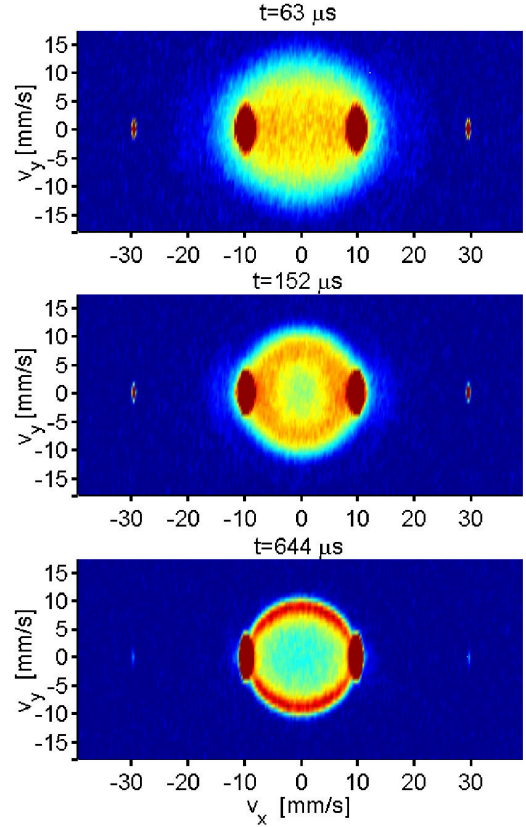
Rysunek 2: [H2] Triangulacja kwantowa zastosowana do zderzenia kondensatów. Porównanie wyników metody surowej *positive-P* (czerwony), ekstrapolacji z hybrydowych obliczeń (czarny, zielony) oraz błędne: *truncated Wigner* (fioletowy), Gross-Pitajewski (przerwany czarny).



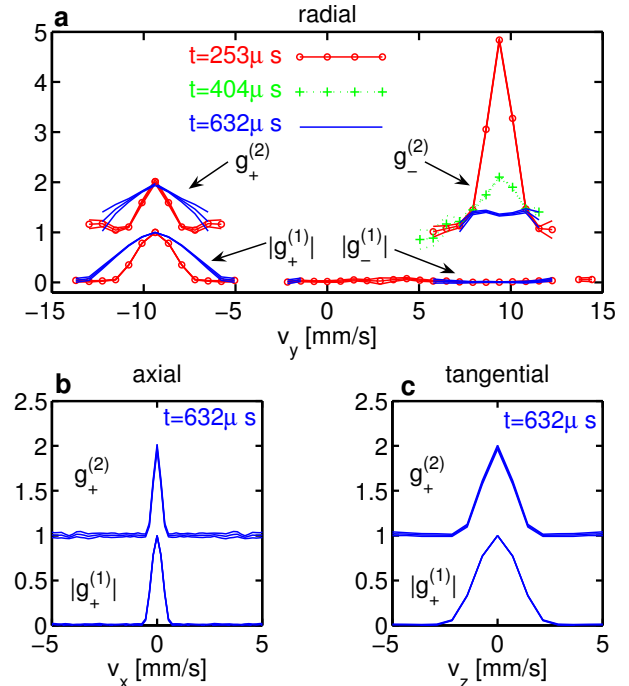
Rysunek 3: Typowa gęstość rozpraszonych atomów po zderzeniu kondensatów (BEC) o pędach $\pm\hbar k_0$. Białe strzałki pokazują dominujący proces rozpraszania.



Rysunek 4: [H6] Gęstość rozpraszonych atomów po zakończeniu zderzenia dla modeli A, B, C, D opisanych w tekście.



Rysunek 5: [H1] Seria czasowa gęstości rozpraszonych atomów w przestrzeni pędów.



Rysunek 6: [H1] Dwupunktowe korelacje pomiędzy atomami w halo $g^{(\mu)}(\mathbf{v}_0, \mathbf{v})$, gdzie $\mathbf{v}_0 = (0, -9.37\text{mm/s}, 0)$, a $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ różni się od \mathbf{v}_0 wartościami podanymi na osiach.

W pracach [H1], [H6] i [H8] stosowałem metody *positive-P* i STAB do teoretycznych badań właściwości atomów w halo. Natomiast obliczenia przedstawione w pracach [H3],[H4] oraz [H7] były prowadzone w bliskiej współpracy z eksperymentalistami i opisują konkretne przypadki. Będą one omówione w dalszej części 4.4.

4.3.1 Ewolucja korelacji rozproszonych cząstek [H1]

W [H1] obliczono dynamikę korelacji jedno i dwucząstkowych w halo (Rys. 6) oraz samą dynamikę jego powstawania (Rys. 5). W eksperymencie tylko końcowy rozkład pędów jest dostępny, a proces powstawania może być dokładnie zbadany jedynie poprzez symulacje. Przyjęto parametry podobne do tych z eksperymentu grupy Ketterlego gdzie po raz pierwszy widziano silne halo [48]. Badaliśmy przypadek z nieco mniejszą liczbą cząstek ponieważ jest on w znacznej mierze ciekawszy: podobnie jak w nowszych eksperymentach [1, 55], atomów jest już za mało aby opis polami klasycznymi jak u Norrie *et al.* [59, 60] był dobry.

Podczas formowania się halo, ma ono początkowo dużą szerokość (Rys. 5), która ustalona jest głównie przez nieoznaczoność energii-czasu. Później szerokość halo staje się ograniczona przez tzw. *power broadening* [72]. Wiele aspektów zderzeń kondensatów zostało w pierw zauważone lub potwierdzone właśnie w obliczeniach z [H1]. Jeden z efektów, które okazały się bardzo istotne przy interpretacji eksperymentów [H3] było zmniejszenie promienia halo względem $|k_0|$. Jest ono spowodowane obecnością potencjału wytwarzanego przez średnie pole kondensatów. Jego dość skomplikowany wpływ poddaliśmy dalszej analizie w [H3] i [H6].

Zaobserwowano także słaby proces rozpraszania do wyższych pędów: zamiast standardowego k_0 & $-k_0 \rightarrow \mathbf{k}$ & $-\mathbf{k}$, to widać także atomy powstałe z procesu k_0 & $k_0 \rightarrow -k_0$ & $3k_0$, który w bardzo wysokim stopniu nie zachowuje energii (wymaga dodania osiem razy więcej energii niż energia kinetyczna jednego atomu w kondensacie). Późniejsza analiza wykazała, że ten proces jest koherentny i jest już zauważalny w opisie średniego pola [H6]. Jest on umożliwiany przez dwie okoliczności: po pierwsze, proces rozpraszania $k_0 \rightarrow 3k_0$, choć normalnie wirtualny, jest silnie bozonowo wzmocniony poprzez obecność drugiego kondensatu w $-k_0$, który działa jak źródło w procesie mieszania czterech fal. Po drugie, jednoczesna ewolucja kondensatu w czasie daje pewną możliwość kolektywnego przechwycenia energii tak, że atomy z pędami $\pm 3\hbar k_0$ stanowią dalej część kondensatu, który zmienił nieco swoją funkcję falową aby pozwolić na mały komponent o wyższej prędkości.

Dwupunktowe korelacje były głównym celem obliczeń. Dają one wgląd w zachowanie układu podczas pojedynczych realizacji. Korelacja pierwszego rzędu $g^{(1)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{k}_1)\hat{\Psi}(\mathbf{k}_2) \rangle / \sqrt{\bar{n}(\mathbf{k}_1)\bar{n}(\mathbf{k}_2)}$ opisuje koherencje jednocząstkową między atomami z pędami $\hbar\mathbf{k}_j = m\mathbf{v}_j$. Tu $\bar{n}(\mathbf{k})$ jest średnią gęstością w \mathbf{k} . Korelacja drugiego rzędu $g^{(2)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{k}_1)\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{k}_2)\hat{\Psi}(\mathbf{k}_2)\hat{\Psi}(\mathbf{k}_1) \rangle / (\bar{n}(\mathbf{k}_1)\bar{n}(\mathbf{k}_2))$ podaje typowy kształt, rozmiar i siłę fluktuacji gęstości. Obliczone zostały kształt, natężenie i długość korelacji w halo, zarówno lokalnie, jak i dla przeciwległych pędów (Rys. 6). Rozjaśniło to cały szereg kwestii, co do których było sporo wątpliwości z powodu braku obliczeń, pomiarów, lub dysponowania jedynie wynikami otrzymanymi metodą *truncated Wigner*, której dokładność jest wątpliwa [59, 60].

Lokalnie, obliczenie przewidziało korelację gęstości z wartością $g^{(2)} = 2$, jak dla fotonów w słynnym efekcie Hanbury Brown-Twiss [127] oraz w zgodzie z pomiarami grupy C. Westbrooka [1] i przewidywaniami na podstawie uproszczonych teorii [74, 78]. Szerokość tzw. “ziarna fazowego” [59, 60], czyli szerokość korelacji fazy $g^{(1)}$ jest węższa od korelacji gęstości o czynnik $\sqrt{2}$ i odpowiada początkowej szerokości kondensatów.

Pod względem dalszych zastosowań najważniejsze są korelacje przeciwległych pędów, bo świadczą o właściwościach par atomowych. Korelacja gęstości ma tu szerokość podobną do lokalnej, ale początkowo jest bardzo silna ponieważ prawie wszystkie rozproszone atomy pochodzą z niezaburzonych jeszcze i rzadko rozmieszczonych par. Nie było to widoczne w poprzednich obliczeniach metodą Wi-

genera z powodu znacznie większego szumu w tej metodzie. Co ciekawe, korelacje te pozostają znacznie mocniejsze niż termiczna wartość $g^{(2)} \approx 2$ nawet do czasu $t = 200\mu\text{s}$, gdy średnie obsadzenie ziarna fazowego jest już powyżej jedynki. W dłuższych czasach $g^{(2)}$ spada jednak poniżej termalnej wartości 2, która byłaby spodziewana na podstawie prostego modelu [74].

Potwierdził się także brak korelacji fazy przeciwległych rejonów halo, co zgadza się z prostym, lecz poprzednio niepewnym modelem [74]. Korelacje fazy nie są dostępne w eksperymencie.

Zaobserwowano także dwa mocne, lecz niespodziewane efekty: poszerzanie się lokalnych korelacji w kierunku radialnym wraz z postępem zderzenia oraz spадanie przeciwległych korelacji poniżej wartości 2 spodziewanej na podstawie prostego opisu kilku-modowego. Były to ważne pierwsze wskazówki, że zachowanie atomów w halo jest znacznie bardziej złożone niż jego opis w dotychczasowych pracach teoretycznych, a ponadto, że może to mieć wpływ na stopień obserwowalności kwantowych efektów wśród tych atomów. Wyniki dotyczące wielkości korelacji *in situ* są szczególnie istotne, ponieważ są one trudne do oszacowania z pomiarów dostępnych w eksperymencie. Pomiary pozwalają na precyzyjne określenie szerokości i kształtu korelacji, natomiast sam stopień korelacji zależy nie tylko od właściwości samych atomów, ale od wydajności detektora oraz wpływu jego skończonej rozdzielczości i czasu reakcji. Razem wzięte, te czynniki są dość słabo oszacowane przez grupę eksperymentalną nawet do czasu obecnego.

Zauważono, że rozszerzanie ziaren fazy zbiega się w czasie z momentem pojawienia się istotnego wzmocnienia bozonowego. Dowodem tego ostatniego jest wzrost tempa rozpraszania w czasie, pomimo zmniejszania się pokrycia między kondensatami. W rozmowach z grupą eksperymentalną z Palaiseau pojawiła się hipoteza, że odstępstwa od prostego opisu wiązać się mogą z tym wzmocnieniem. To zresztą później okazało się być mylnym skojarzeniem, co zrozumieliśmy dopiero po 5 latach [H8], a w międzyczasie zwodziło nas i przeszkadzało w zrozumieniu istotnych zależności w układzie. Więcej o tym w części 4.3.3.

Jeśli chodzi o symulacje zderzeń kondensatów, wykazano możliwość użytecznych i dokładnych wyników, a zarazem ograniczenia spowodowane wzmocnieniem szumu, które w tym przypadku następowało mniej więcej w połowie zderzenia. Obliczenie zostało później wydłużone do końca zderzenia za pomocą triangulacji kwantowej [H2] (Rys. 2).

4.3.2 Wyjaśnienie wpływu średniego pola wytworzonego przez kondensaty [H6]

Zmotywowani wynikami teoretycznymi [H1] i eksperymentalnymi [H3], które wykazywały nietrywialny i nadspodziewanie mocny wpływ średniego pola wytworzonego przez kondensaty oraz niezgodnościami pomiędzy dawniejszymi obliczeniami w grupie prof. Marka Trippenbacha [72] a moją symulacją [H1], przystąpiliśmy do dokładniejszego wyjaśnienia tych zjawisk w artykule [H6].

Punktem odniesienia jest tu przybliżony “*reduced Bogoliubov model*” (RBM), który był stosowany w dużej części analiz atomów z halo [46, 64, 69–77]. Jest to najprostszy model wielomodowy, który pozwala na kreację par atomów w halo i obliczenie ich gęstości lub korelacji. Zakłada on, że (I) kondensaty mijają się ze stałą prędkością i nie zmieniają swojego kształtu oraz, że (II) dynamika rozproszonych atomów polega jedynie na swobodnym locie balistycznym oraz produkcji par poprzez zderzenia między atomami z osobnych kondensatów. Kondensaty występują w równaniach jako koherentne, stałe źródło. Przewidywania tego modelu czasami zgadzają się dość dobrze z eksperymentem [77], ale są też przypadki, w których widać duże odchylenia [46][H1,H3].

Poza wyjaśnieniem fizyki tu występującej, stało się istotne aby systematycznie określić w jakich warunkach RBM jest poprawny. Uwagę skupiliśmy na szerokości, kątowej strukturze oraz przede wszystkim promieniu halo. Głównym wynikiem było, że odstępstwa od RBM stają się nieistotne, gdy zderzenie staje się dostatecznie dalece naddźwiękowe. Jednak, w większości eksperymentów ten warunek nie jest spełniony. Określiliśmy także znaczenie różnych procesów w opisie Bogoliubowa dla efektów takich

jak zmiana promienia i osłabienie rozpraszania wzdłuż osi zderzenia. Przy okazji, zademonstrowaliśmy sposób przeprowadzenia systematycznej analizy fizyki w halo poprzez dodawanie i odejmowanie członów w symulacji numerycznej. Miało to duże znaczenie dla późniejszych prac [H7,H8].

Badaliśmy tu najprostszy przypadek, który obejmuje interesujące nas zjawiska – zderzenie początkowo kulistych kondensatów, zaczynających jako stan podstawowy w pułapce wyłączanej na początku zderzenia. W opisie Bogoliubowa / STAB, gdzie $\widehat{\Psi}(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}) + \widehat{\delta}(\mathbf{x})$, a liczba atomów w kondensacie jest N , występuje następujące uniwersalne skalowanie: Pole rozproszone $\widehat{\delta}$ jest identyczne we wszystkich układach, które mają tę samą geometrię i wartość gN (lub aN , gdzie a jest długością rozpraszania fal s). Jego dynamika jest więc raczej opisana przez skalę długości aN , niż przez a lub liczbę cząstek N z osobna. Pozostałe istotne długości w układzie są początkowa szerokość kondensatu σ oraz długość fali de Broglie kondensatów we współrzędnej środka masy $\lambda_0 = 2\pi/k_0$. Skoro są trzy istotne skale długości to mamy dwa bezwymiarowe parametry. Używając dogodniejszej terminologii z [H8], są to: (I) liczba Macha $Ma = 2v_0/\bar{c}$, czyli stosunek względnej prędkości kondensatów $2v_0$ do typowej prędkości dźwięku $\bar{c} \sim \sqrt{\mu/m}$; oraz (II) stopień wzmocnienia bozonowego $\gamma \sim \sigma m \bar{c}^2 / \hbar v_0$. Bozonowe wzmocnienie rozpraszania atomów do halo występuje w znacznym stopniu tylko gdy $\gamma \gtrsim 1$ [74].

Ogólny hamiltonian Bogoliubowa dla rozproszonych atomów wygląda następująco:

$$\widehat{H}_{\text{eff}} = \int d^3\mathbf{x} \widehat{\delta}^\dagger(\mathbf{x}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \right) \widehat{\delta}(\mathbf{x}) \quad (7a)$$

$$+ 2g \int d^3\mathbf{x} |\phi_L(\mathbf{x}) + \phi_R(\mathbf{x})|^2 \widehat{\delta}^\dagger(\mathbf{x}) \widehat{\delta}(\mathbf{x}) \quad (7b)$$

$$+ g \int d^3\mathbf{x} \phi_L(\mathbf{x}) \phi_R(\mathbf{x}) \widehat{\delta}^\dagger(\mathbf{x}) \widehat{\delta}^\dagger(\mathbf{x}) + \text{h.c.} \quad (7c)$$

$$+ \frac{g}{2} \int d^3\mathbf{x} (\phi_L(\mathbf{x})^2 + \phi_R(\mathbf{x})^2) \widehat{\delta}^\dagger(\mathbf{x}) \widehat{\delta}^\dagger(\mathbf{x}) + \text{h.c.} \quad (7d)$$

Pierwsza linia opisuje lot swobodny, druga potencjał spowodowany obecnością kondensatu, w trzeciej opisany jest główny rezonansowy proces tworzenia par, w którym rozpraszany jest jeden atom z każdej chmury, a ostatnia linia opisuje nierezonansowe tworzenie par, które rozprasza dwa atomy z tej samej chmury. Początkowa koherentna funkcja falowa składa się według wzoru $\phi = \phi_L + \phi_R$ z dwóch komponentów $\phi_{L/R}$ rozchodzących się na lewo (L) i prawo (R). Maksymalne uproszczenie, które jeszcze zachowuje użyteczność polega na zaniedbaniu drugiej i czwartej linijki, co nazywamy uproszczeniem PP (pair production). Także ewolucja kondensatów (5c) może być uproszczona do

$$i\hbar\partial_t\phi_L(\mathbf{x},t) = -\frac{\hbar^2k_0}{2m} \left(k_0 - 2i\frac{\partial}{\partial z} \right) \phi_L(\mathbf{x},t) \quad ; \quad i\hbar\partial_t\phi_R(\mathbf{x},t) = -\frac{\hbar^2k_0}{2m} \left(k_0 + 2i\frac{\partial}{\partial z} \right) \phi_R(\mathbf{x},t), \quad (8)$$

gdzie występuje jedynie sztywny ruch kondensatów z prędkością $v_0 = \hbar k_0/m$, bez rozplywania się pod wpływem między-atomowego odpychania, bez interakcji między chmurami, a także bez (wolniejszej) kinetycznej dyspersji atomów. Nazywamy to SM (stiff movement). Najprostszy opis, RBM, polega na obu uproszczeniach (RBM \equiv PP+SM). Brałiśmy pod uwagę cztery warianty ewolucji do analizy:

- (A) pełny Bogoliubow i pełna ewolucja kondensatów
- (B) pełny Bogoliubow, lecz tylko SM dla kondensatów.
- (C) największe uproszczenie: RBM
- (D) uproszczony Bogoliubow (PP), lecz pełna ewolucja kondensatów.

Halo po rozproszeniu jest pokazane na Rys. 4. Wnioski były następujące:

Rozkład rozproszonych atomów jest sferycznie symetryczny w wariantach C i D z czego wnioskujemy, że osłabienie rozpraszania wzdłuż osi kondensatów jest spowodowane jedynie potencjałem (7b) i nierezonansową kreacją par (7d). Małe lokalne chmury rozproszonych atomów, które formują się w okolicach kondensatów powstają jedynie pod wpływem członów w czwartej linii (7d).

Jeśli chodzi o promień halo, zależność jest nieco złożona (Rys. 7), lecz analiza numerycznych wyników wykazała, że odchylenia RBM od pełnej ewolucji zależą przede wszystkim od liczby Macha Ma . Jest to wyjaśnione przez bilans zachowania energii w uproszczonym zderzeniu dwóch fal płaskich. Wstępna energia cząstki w kondensacie jest $E_0 + 3\mu/2$, gdzie $\mu = g\bar{n}$ jest potencjałem chemicznym, \bar{n} gęstością kondensatu, a $E_0 = \hbar^2 k_0^2/2m$ energią kinetyczną cząstki w kondensacie. Natomiast energia rozproszonej cząstki jest $E_0 + 2\mu$, według równań Bogoliubowa. Zaznaczając, że typowo $\mu \ll E_0$, wtedy $k \approx k_0(1 + \varepsilon)$ z względnym przesunięciem $\varepsilon = -(1/2)(\mu/E_0) = -10/(Ma)^2$. To przesunięcie jest kilkukrotnie mniejsze niż widziane w obliczeniach [72] – które okazały się zawierać błąd.

Istotne jest, że odchylenia ε od RBM stają się widoczne tylko dla dostatecznie małych liczb Macha. Dla parametrów badanych w artykule było to $Ma \lesssim 8$, a dla szybszych kolizji RBM daje bardzo dobre wyniki. Brak liniowego narastania rozbieżności w przypadku dużych liczb Macha wiąże się z tzw. “efektem narciarza” (*skier effect*) [H3], spowodowanym przez człon potencjału średniego pola (7b). Podczas lotu atomy zjeżdżają z górki potencjału wytworzonego przez kondensaty i m.in. mogą w ten sposób odzyskać energię, którą straciły podczas początkowego rozproszenia. Niweluje to różnicę w promieniu pomiędzy RBM a pełnym obliczeniem. Jednakże ma to miejsce jedynie, jeśli zderzenie jest dostatecznie szybkie, aby zakończyć się póki kondensaty nie rozpląną się pod wpływem własnej ekspansji.

W podsumowaniu, poprzednio wykazano, że wartości $\gamma \gtrsim 1$ odpowiadają przypadkom, w których do końca zderzenia wystąpi istotna ilość wzmocnienia bozonowego rozpraszania [74]. Wartość ta rozgranicza istotne właściwości korelacji jak opisano w [H8]. Tymczasem, dla właściwości związanych z gęstością halo, głównym istotnym parametrem okazała się liczba Macha Ma .

4.3.3 Mechanizmy degradacji ściśnięcia i efektów kwantowych [H8]

Praca [H8] zawiera dogłębną analizę zależności pomiędzy korelacjami a zmniejszonymi (ściśniętymi) fluktuacjami gęstości wśród atomów przeciwnych sobie w halo. Zajmowała się dwoma zagadnieniami: (I) uzgodnienie rozbieżnych przewidywań pomiędzy prostymi kilkumodowymi modelami a eksperymentem i jego wielomodowym opisem, w których mierzy się właściwości atomów uśrednianych po obszarach (“binach”, jak się je nazywa) oraz (II) zrozumienie mechanizmów degradujących ściśnięcie i właściwości kwantowe par atomów.

Znaczenie ściśnięcia liczby atomów Weźmy pod uwagę pomiar liczby atomów w dwóch podzespółach a i b . W tle mamy przypadek zderzenia kondensatów, gdzie będą to obszary przestrzeni na przeciwnych stronach halo. Innym częstym przypadkiem bywa, że są to pomiary liczby atomów w dwóch różnych stanach wewnętrznych, jak np. [4]. Mocno skorelowane atomy mogą powodować redukcję fluktuacji różnicy obsadzeń między modami $(\Delta n)^2 = \langle \hat{n}_a \hat{n}_b \rangle - \langle \hat{n}_a \rangle \langle \hat{n}_b \rangle$. Przykładowo, stan rodzaju podwójnego stanu Focka (*twin-Fock state*) $|n, n\rangle$ zademonstrowany ostatnio w [4] ma zerowe fluktuacje, podczas gdy stan koherentny nieskorelowanych atomów ma poissonowskie fluktuacje $(\Delta n)^2 = \langle \hat{n}_a + \hat{n}_b \rangle$, zwane szumem śrutowym (*shot noise*).

Redukcja fluktuacji poniżej poziomu poissonowskiego, często zwana w literaturze skrótowo i nieco niepoprawnie jako *number difference squeezing* (ściśnięcie różnicy obsadzeń), czy po prostu *number squeezing* (ściśnięcie obsadzeń), jest mocną poszlaką, że stan atomów jest istotnie kwantowy. Znormalizowany stopień fluktuacji różnicy

$$\eta^2 = \frac{(\Delta n)^2}{\langle \hat{n}_a \rangle + \langle \hat{n}_b \rangle} \quad (9)$$

ogranicza się do zakresu $\eta^2 \geq 1$ dla stanów klasycznych. Ponadto, $\eta^2 < 1$ jest równoznaczne z niespełnieniem nierówności Cauchyego-Schwarza, kiedy średnia liczba cząstek w a i b jest równa. To z kolei, dowodzi że stan nie może być opisany żadnym klasycznym polem bozonowym [128], a w

odpowiednich warunkach jest dowodem na obecność splątania [129]. W obecności dostatecznej koherencji jednocząstkowej między modami a i b , obecne jest także tzw. ściśnięcie spinu [130, 131], które jest użyteczne dla metrologii kwantowej – pomiarów z rozdzielczością lepszą niż dozwolona w świecie nie-kwantowym [131–133]. Stany takie zostały wytworzone w kilku niedawnych eksperymentach [5, 134–138].

Przestrzennie odseparowane pary splątanych atomów kuszą możliwościami badań nad paradoksem EPR [89, 139], lokalnego realizmu [82] i testów twierdzenia Bella [140] dla przypadku, gdy splątanie występuje pomiędzy stanami o różniącym się rozkładem masy spoczynkowej. Ma to znaczenie dla fundamentów mechaniki kwantowej, bowiem obecność splątania z członami o innej masie łamie reguły nadwyboru, które bywają podnoszone do rangi zasady fizycznej.

Dla zderzeń kondensatów, duże redukcje fluktuacji różnicy obsadzeń były mierzone w kilku eksperymentach: w Palaiseau z $\eta^2 = 0.89(2)$ [H4] i $\eta^2 = 0.92(5)$ [7] oraz w Wiedniu z $\eta^2 = 0.37(3)$ [2]. Po ekstrapolacji do sytuacji z idealnymi detektorami, wnioskuje się, że w obu przypadkach [H4] i [2], w samej chmurze atomowej ściśnięcie wynosiło $\eta^2 \approx 0.1$.

Opis kilku- a wielomodowy Najprostszy model produkcji par atomów w dwóch modach z niezmiennego źródła, opisany jest hamiltonianem $\hat{H}_2 = \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger + \hat{a} \hat{b}$, w którym jeśli zaczniemy z pustymi modami a i b , obsadzeniem obu jest $\bar{n}(t) = \sinh^2 t$. Korelacje między modami wynoszą $g_{ab}^{(2)} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{a} \hat{b} \rangle / \bar{n}^2 = 2 + 1/\bar{n}(t)$, a lokalne wynoszą $g_{aa}^{(2)} = 2$. Co ciekawe, wartości te zgadzają się ze szczytowymi wartościami korelacji w wielomodowym modelu RBM [74] pomiędzy lokalnymi i przeciwnymi atomami. Niezależnie od użytego hamiltonianu, zależność między korelacjami a ściśnięciem w dwumodowym układzie z \bar{n} cząstkami w obu modach dana jest przez $\eta^2 = 1 + \bar{n} (g_{aa}^{(2)} - g_{ab}^{(2)})$. To znaczy, że ściśnięcie obsadzeń wymaga aby korelacje dwumodowe były mocniejsze niż lokalne. W powyższym modelu, mamy $\eta^2 = 0$ dla wszystkich czasów.

Jednakże, powyższe wyniki dwumodowe oraz wyniki z RBM nie są zgodne ani z eksperymentem [H4, H7] ani z pełnymi obliczeniami [H1]. Po pierwsze, w eksperymencie [H7] zmierzono korelacje w halo lokalne i przeciwnie. Wysokość maksimum korelacji lokalnej ($h_{CL} = g^{(2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}) - 1$) była o dwa razy większa niż korelacji przeciwnie ($h_{BB} = g^{(2)}(\mathbf{k}, -\mathbf{k}) - 1$). Podobną sytuację widać w obliczeniach (Rys. 6) dla długich czasów. Natomiast η^2 z tych samych pomiarów [H4] było daleko poniżej jedynki. Jest to zupełnie niezgodne z dwumodowymi zależnościami. Po drugie, dwumodowy model był interpretowany jako granica pomiarów eksperymentalnych, gdy wielkość obszaru zliczania staje się bardzo mała. Obliczenia ściśnięcia pomiędzy małymi obszarami w symulacji dają wartości bardzo bliskie $\eta^2 \approx 1$, z jedynie małymi odchyleniami w dodatnią lub ujemną stronę. W niczym to nie przypomina dwumodowego wyniku $\eta^2 = 0$ (ani tej samej wartości uzyskiwanej w RBM).

Pomiary wielomodowe w eksperymentach polegają na zliczaniu atomów w obszarach pędów V_j . Liczba atomów w nich wynosi \hat{N}_j . Tak więc, ściśnięcie wynosi $\eta^2 = \langle (\hat{N}_1 - \hat{N}_2 - (\bar{N}_1 - \bar{N}_2))^2 \rangle / (\bar{N}_1 + \bar{N}_2)$, gdzie $\bar{N}_j = \langle \hat{N}_j \rangle$. Aby ponownie uzyskać zależność pomiędzy korelacjami dwucząstkowymi a ściśnięciem, definiujemy uśrednione korelacje według schematu użytego w eksperymencie [H7]: $\bar{g}_{ij}^{(2)} = (1/\bar{N}_i \bar{N}_j) \int_{V_i} d^3 \mathbf{k} \int_{V_j} d^3 \mathbf{k}' \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{k}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{k}') \hat{\Psi}(\mathbf{k}) \hat{\Psi}(\mathbf{k}') \rangle$. W symetrycznym przypadku $\bar{N}_j = \bar{N}$, relacja między ściśnięciem i korelacjami przybiera formę podobną do tej z dwumodowego przypadku: $\eta^2 = 1 + \bar{N} (\bar{g}_{11}^{(2)} + \bar{g}_{22}^{(2)} - 2\bar{g}_{12}^{(2)}) / 2$. Podstawowe pomiary korelacji dotyczą jednak lokalnych, a nieuśrednianych korelacji. Zastosowaliśmy uproszczony opis, który wypracowałem najpierw z okazji obliczeń do [H7]. Założeniem jest, że znormalizowane lokalne korelacje gęstości $g^{(2)}$ mają formę gaussowską, co dobrze zgadza się zarówno z pomiarami eksperymentalnymi [H7], jak i z symulacją [H1, H8]:

$$g_{CL/BB}^{(2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = 1 + h_{CL/BB} \prod_{i=1}^3 \exp \left[-\frac{(k_i - k'_i)^2}{2(\sigma_i^{CL/BB})^2} \right], \quad (10)$$

Tu CL/BB oznacza korelacje między mniej więcej równoległymi (CL - *collinear*), bądź przeciwnie-

nymi (BB - *back-to-back*) atomami, a $i = 1, 2, 3$ zlicza trzy prostopadłe kierunki w przestrzeni. Parametrami są wysokości maksimum h oraz szerokości korelacji σ_i .

Porównaliśmy ten model z pełnymi obliczeniami ewolucji Bogoliubowa prowadzonymi metodą STAB, gdzie najpierw liczone lokalne $g^{(2)}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ i ściśnięcie η^2 w obszarach V_j , bezpośrednio z obliczenia numerycznego, a potem korelacje były użyte aby uzyskać najpierw h i σ_i , a na koniec oszacowanie η_{est}^2 jedynie na ich podstawie. Zgodność między η^2 a η_{est}^2 okazała się dość dobra (Rys. 8), choć przypadki z małą liczbą atomów były nieco gorzej opisane z powodu dużego szumu statystycznego w korelacjach. Po tym potwierdzeniu poprawności modelu, zachowanie η_{est}^2 w nim, dla granicznych przypadków, pozwoliło wyjaśnić rozbieżności między obrazami prostymi a wielomodowymi.

(I) Gdy obszary zliczania V_j są znacznie większe od szerokości korelacji σ_i , przewiduje się

$$\eta^2 = 1 + (2\pi)^{\frac{3}{2}} \frac{\bar{n}}{2V} \left[h_{\text{CL}} \sigma_1^{\text{CL}} \sigma_2^{\text{CL}} \sigma_3^{\text{CL}} - h_{\text{BB}} \sigma_1^{\text{BB}} \sigma_2^{\text{BB}} \sigma_3^{\text{BB}} \right]. \quad (11)$$

Ta forma jest podobna do dwumodowej, ale okazuje się, że to nie maksymalne centralne wartości korelacji (h) są istotne, lecz “objętość wzniesienia” korelacji $h\sigma_1\sigma_2\sigma_3$. Wyjaśniło to pozorny paradoks niskich korelacji przeciwbieżnych (BB) koegzystujących wraz z dużym ściśnięciem – ponieważ szerokość korelacji przeciwbieżnych zmierzona w eksperymencie była znacznie większa niż korelacji kolinearnych.

(II) Gdy obszary zliczania V_j są znacznie *mniejsze* od szerokości korelacji σ_i , przewiduje się $\eta^2 = 1 + \frac{\bar{n}}{2} (h_{\text{CL}} - h_{\text{BB}})$. Tu odzyskujemy warunek, że $h_{\text{BB}} > h_{\text{CL}}$ dla ściśnięcia, ale w sumie η^2 jest bardzo bliskie wartości poissonowskiej (jeden), bo \bar{n} staje się bardzo małe, skoro jest proporcjonalnie do objętości zliczania V . To wyjaśnia czemu ściśnięcie było bliskie 1 w obliczeniu. Natomiast dwumodowe szacowanie $\eta^2 = 0$ jest zupełnie błędne w tej granicy, ponieważ dominującym efektem podczas zliczania atomów staje się znów szum śrutowy. Jest on spowodowany tym, że szansa, iż dany atom koherentnie rozłożony po obszarze σ^3 załapie się do dużo mniejszego pudełka V jest mała. Jest to efekt wewnętrzny w układzie i jest źródłem degradacji ściśnięcia, nad którym nie można zapanować za pomocą lepszej detekcji.

Degradacja ściśnięcia To, że korelacje nie są idealne w pełnym obliczeniu metodą STAB jest ewidentne z asymetrii widocznej w pojedynczych realizacjach (Rys. 9). Z doświadczenia z układami optycznymi wiadomo, że zarówno użyteczne spożytkowanie pomiarów kwantowych jak i bardziej dogłębne testy nieklasyczności jak twierdzenie Bella są bardziej czułe niż ściśnięcie na degradację splątania. W celu dalszych postępów eksperymentalnych ważne jest zrozumienie mechanizmów degradacji par atomowych.

Wśród sugerowanych w publikacjach, lub w dyskusjach odbywających się w środowisku, mechanizmów degradacji były następujące:

- Efekt narciarza — pary niekoniecznie tworzone są centralnie, co powoduje, że zjazd atomów po potencjale (7b) jest niesymetryczny i przez to mogą one nie trafić do przeciwnych binów.
- Zmienne źródło $\phi(\mathbf{x}, t)$ — powoduje nakładanie się par o różnych właściwościach początkowych w tym samym obszarze \mathbf{k} .
- Wzmocnienie bozonowe — zauważono w obliczeniach, że następuje ono w tym samym czasie, kiedy pojawiają się odstępstwa od prostego dwumodowego modelu i RBM.
- Niemonochromatyczne źródło — (*inhomogeneous broadening*). Funkcja falowa kondensatu ma pewną szerokość w pędach, co skutkuje fluktuacją pędu środka masy wytworzonych par. Dwie pary mogą pokrywać się w przestrzeni pędów tylko w jednym z binów.
- Cięcie na granicach binów – w eksperymencie atomy są zliczane po obszarach o ostrych granicach, które przecinają paczki falowe pojedynczych atomów. Skoro zliczanie jest procesem jedno-ciałowym, oba atomy z pary po przeciwnych stronach halo mają niezależne prawdopodobieństwo zliczenia do swojego binu. Powoduje to szum śrutowy.

Z wniosków modelu gaussowskiego dla małych binów widać, że aby uniknąć bardzo niekorzystnego wpływu ostatniego efektu, wymagane są biny większe od, lub porównywalne do, obszaru koherencji. Zbadaliśmy także wpływ rozmiarów binu gdy są one duże — efekt szumu śrutowego staje się wtedy słaby w stosunku do innych czynników, o których poniżej.

Dla korelacji, wpływ parametru wzmocnienia γ okazuje się zdecydowanie bardziej istotny niż Ma . Szczegółowo badaliśmy dwa przypadki: $\gamma = 0.24$ (rozrzedzony, w którym obsadzenie ziaren fazy pozostaje zawsze $\ll 1$) oraz $\gamma = 1.02$ (gęsty, w którym ziarna fazy są obsadzone stymulowanym rozpraszaniem w późniejszym okresie zderzenia). Te przypadki odpowiadają też znacznie innym zachowaniom ściśnięcia. W przypadku gęstego halo (Rys. 8), pomimo że pewien stopień ściśnięcia powstaje w początkowych czasach, jest ono wkrótce zatracane w miarę postępu zderzenia. Zaobserwowanie początkowego ściśnięcia nie jest możliwe w eksperymencie. W przypadku rozrzedzonym natomiast, początkowe ściśnięcie utrzymuje się właściwie niezmiennie do końca. Jest to kolejna zbieżność pomiędzy obecnością bozonowego wzmocnienia a utratą kwantowych właściwości.

Przystąpiliśmy do procesu eliminacji przyczyn wymienionych powyżej poprzez eliminację członów w opisie Bogoliubowa podobnie jak w pracy [H6].

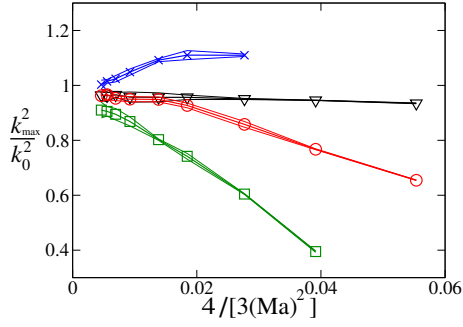
Aby zbadać wpływ efektu narciarza oraz zmiennego źródła, porównaliśmy pełne obliczenie Bogoliubowem typu STAB (Rys. 8) z opisem RBM (Rys. 10). Ten drugi występował w roli “eksperymentalnej kontroli”, w której te efekty nie występują. Zachowanie η^2 nie zmieniło się jakościowo dla obu przypadków γ , chociaż ściśnięcie zanika nieco później w gęstym przypadku. Wnioskujemy więc, że ani efekt narciarza ani zmienność źródła nie są podstawową przyczyną degradacji.

Bozonowe wzmocnienie (obecne także w modelu RBM) było uważane za mocnego kandydata z powodu zbieżności między czasem degradacji a czasem włączenia się wzmocnienia. Aby zbadać jego wpływ, współautorzy Paweł Ziń, Marek Trippenbach i Tomasz Wasak opracowali specjalny stochastyczny model, który wyklucza to wzmocnienie (opisany w [H8]). Za jego pomocą porównaliśmy zachowanie pełnego opisu z tym modelem (Rys. 11). Ku znacznemu zdziwieniu okazało się, że choć degradacja ściśnięcia spadła po wykluczeniu wzmocnienia bozonowego, nadal pozostawała znaczna. To dowodzi, że jednak bozonowe wzmocnienie nie jest podstawową przyczyną degradacji, a jego pojawienie się w podobnym czasie co degradacja w poprzednich obliczeniach było raczej zbiegiem okoliczności.

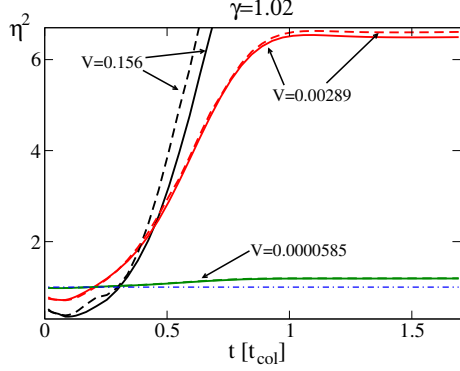
Z początkowych hipotez został brak monochromatyczności źródła. Aby potwierdzić bądź odrzucić tę hipotezę porównaliśmy zderzenie sferycznych kondensatów ze zderzeniem fal płaskich o gęstości wybranej tak aby spowodować te same przesunięcie pozycji halo co w sferycznym przypadku (Rys. 12). Oba obliczenia były wykonane pełnym opisem Bogoliubowa. Ściśnięcie dla fal płaskich jest bardzo mocne ($\eta^2 \approx 0.03$), choć nie idealne. Ta pozostała degradacja jest także interesująca. Okazuje się, że jest ona spowodowana obecnością wirtualnych rozproszeń widzianych w [H1], czego dowodem jest jej znaczne ustępowanie z upływem czasu oraz kompletny zanik w modelu RBM (który nie uwzględnia nierezonansowego rozpraszania). Śladowe pozostałości tej degradacji po długim czasie wiąże się ze zmiennością kształtu kondensatów w czasie, która pozwala utrwalić małą ilość obecnych wirtualnych par.

Wnioskujemy więc, że brak monochromatyczności źródła (*inhomogeneous broadening*) jest czynnikiem leżącym u podstaw większości degradacji ściśnięcia. Pewien wpływ mają także cięcie na granicach binów i wirtualne rozproszenia (które nie były przedtem podejrzwane).

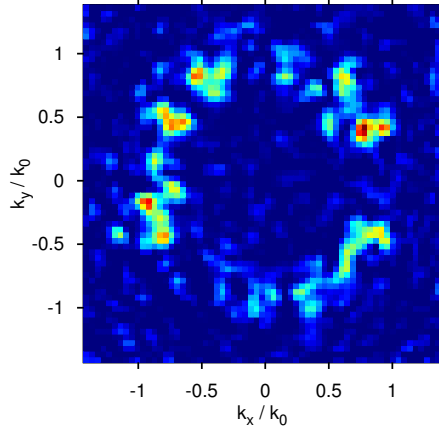
Dochodzi się także do następującego wniosku. Ponieważ *inhomogeneous broadening* powoduje zabłąkanie się do binu atomów z sąsiedztwa bez ich pary, proces staje się tym bardziej dokuczliwy im halo jest gęstsze. To wyjaśnia czemu w przypadku rozrzedzonym $\gamma \ll 1$ ściśnięcie może przetrwać do końca zderzenia. Obsadzenie ziarna fazy jest wtedy znacznie poniżej jeden, sąsiedztwo jest przeważająco próżnią i brak zabłąkanych niesparowanych atomów.



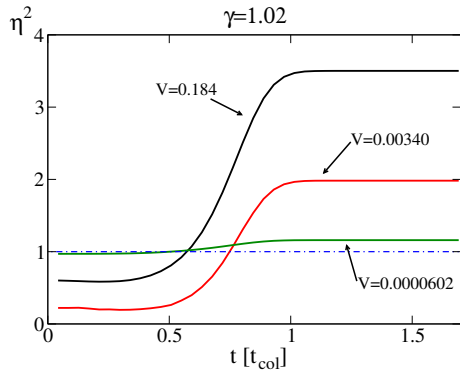
Rysunek 7: [H6] Zmiana promienia halo względem $|\mathbf{k}| = k_0$. Pełne obliczenie (czerwony), RBM (czarny) i warianty B (zielony), D (niebieski).



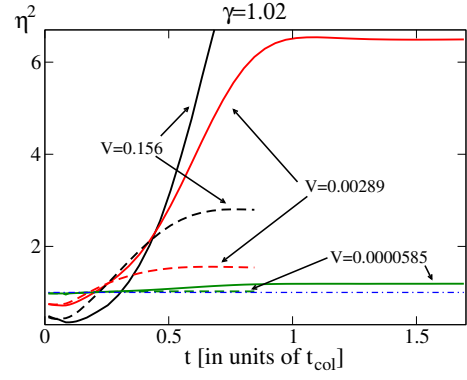
Rysunek 8: [H8] Ewolucja ściśnięcia η^2 podczas zderzenia kondensatów (ciągłe) oraz jego oszacowanie na podstawie korelacji η_{est}^2 (przerywane). Przypadek gęsty $\gamma = 1.02$.



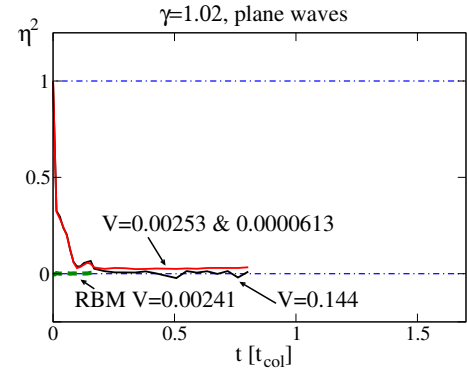
Rysunek 9: [H8] Przekucie przez halo dla jednej realizacji (kolor oznacza gęstość).



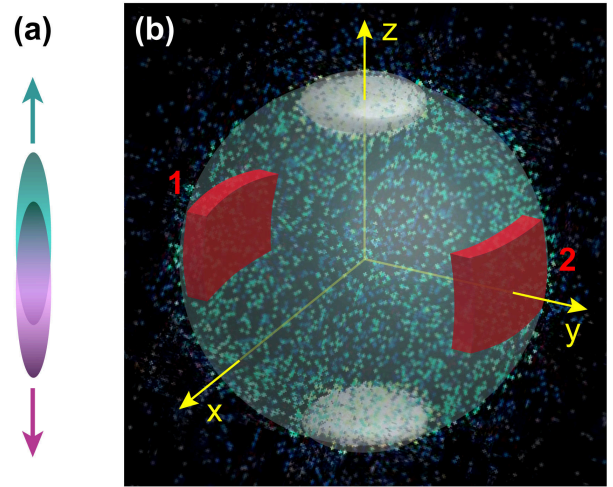
Rysunek 10: [H8] Ewolucja ściśnięcia η^2 w RBM.



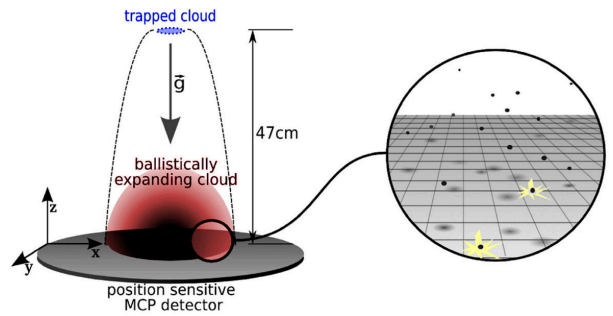
Rysunek 11: [H8] Ewolucja ściśnięcia η^2 w pełnym modelu (ciągłe) i bez bozonowego wzmocnienia (przerywane).



Rysunek 12: [H8] Ewolucja ściśnięcia η^2 fal płaskich. Przypadek gęsty.



Rysunek 13: [H7] Ułożenie binów w eksperymencie i przykładowe zmierzone położenia atomów.



Rysunek 14: Układ pomiarowy eksperymentu z Palisaeau (wykres z [1]).

Podsumowując, praca dostarczyła kilku praktycznych wyników dla przyszłych badań eksperymentalnych: zrozumienie relacji między korelacjami wielomodowymi a ściśnięciem, prosty gaussowski model do jej opisu, metoda pozwalająca wyłączyć wzmocnienie bozonowe w celu zrozumienia dynamiki i obalenie pomysłu, że wzmocnienie jest odpowiedzialne za degradację. Przede wszystkim, zrozumiane zostały wkłady poszczególnych procesów do degradacji i stwierdziliśmy, że najważniejszym czynnikiem jest brak monochromatyczności źródeł. Ponadto, niespodziewany, może najważniejszy wniosek płynący z naszych analiz jest, że w obecności niemonochromatycznego źródła gęste halo nie jest korzystne. Za to, zdegradowanie może w wielu przypadkach być zredukowane poprzez rozrzedzenie kondensatów.

4.4 Zderzenie kondensatów – eksperymenty

W skład cyklu publikacji wchodzi trzy artykuły [H3, H4, H7] wspólne z grupą eksperymentalną Chrisa Westbrooka (oraz Karenem Kheruntsyanem z University of Queensland i w przypadku [H3] grupą Marka Trippenbacha z Uniwersytetu Warszawskiego). W tych pracach porównanie do symulacji numerycznych metodą STAB [H5] było bardzo ważne dla interpretacji bądź zrozumienia wyników eksperymentalnych.

Układ eksperymentalny jest pokazany na Rys. 13–14 i opisany szczegółowo w [141][H4]. Początkowo kondensat (lub kwazikondensat) z $N \approx 10^5$ atomów metastabilnego helu (He^*) tworzony jest w mocno wydłużonej pułapce harmoniczej (stosunek długości do szerokości był 25 [H3] lub 200 w [H4,H7]). W momencie $t = 0$ krótkotrwały impuls laserowy wytwarza sinusoidalny potencjał dla atomów powodujący dyfrakcję Braggowską, której skutkiem jest koherentne rozdzielenie początkowej chmury na dwie części rozchodzące się z prędkością $v_0 = \hbar k_0/m$. Funkcja falowa rozszczepia się według $\phi(\mathbf{x}, 0) \rightarrow \phi(\mathbf{x}, 0)(e^{ik_0x} + e^{-ik_0x})/\sqrt{2}$. Jednocześnie, wyłącza się zewnętrzny potencjał pułapujący. Następuje tzw. połowiczne zderzenie (Rys. 13a) trwające typowo kilkaset μs , podczas którego powstaje halo rozproszonych par atomów. Po tym czasie oddziaływania między atomami stają się znikome z powodu rozjechania się chmur, jak i przede wszystkim, z powodu rozrzedzenia kondensatów pod wpływem własnego rozpychania, skoro nie są już w pułapce.

Atomy spadają około 0.5 m w próżni pod wpływem grawitacji (Rys. 14). W tym czasie ich swobodny lot zamienia początkowy rozkład pędów na rozkład w przestrzeni przy detektorze. Na dnie układu próżniowego umiejscowiony jest specjalny detektor typu *multi-channel plate* (MCP), który rejestruje uderzenie pojedynczych atomów z dużą rozdzielczością w przestrzeni i czasie. Detekcja pojedynczych atomów jest możliwa dzięki energii około 20 eV zawartej w metastabilnej ekscytacji elektronu. Ta energia wyzwala jest po zbliżeniu do przewodów w detektorze, który rejestruje czasy powstałych impulsów elektrycznych. Szansa detekcji dla pojedynczego atomu wynosi około 12%, z tym ograniczeniem, że w okolicy samych najgęstszych chmur kondensatów następuje tymczasowe nasycenie detektora. W pojedynczej realizacji rejestrowana jest położenie (czyli, pośrednio, początkowy pęd po zakończeniu zderzenia) mniej więcej co ósmego atomu w halo, jak pokazano na Rys. 13b. Pozwala to na precyzyjny pomiar zarówno gęstości jak i dwucząstkowych korelacji gęstości w halo, lub η^2 za pomocą odpowiednich binów.

4.4.1 Mieszanie czterech fal atomowych poza zakresem optycznym [H3]

W odróżnieniu od późniejszych eksperymentów [H4,H7], tu zderzenie kondensatów nie odbywało się wzdłuż długiej osi chmur jak na Rys. 13a, lecz “bokiem” – wzdłuż jednej z krótkich osi. Powodowało to anizotropię w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku zderzenia.

Występowała ona także w przekroju halo (Rys. 15), co nie jest przewidziane w prostych modelach typu RBM, ponieważ nie są one czułe na potencjał kondensatów (7b), który jest źródłem anizotropii. Anizotropia także nie jest obserwowana w analogicznych układach w optyce nieliniowej podczas mie-

szania czterech fal, ponieważ tam nieliniowości są zazwyczaj za małe, ewentualnie z egzotycznym wyjątkiem siły ponderomotorycznej występującej podczas generacji wysokich harmonik w intensywnych polach laserowych [142]. Poprzednie badania w dziedzinie optyki atomowej skupiały się na zjawiskach, w których taka analogia między polem bozonowym w optyce nieliniowej a atomowym działała bardzo dobrze. Ten eksperyment wykazał jej granice – stąd fragment tytułu artykułu “*Beyond Optics*”.

Tą różnicę wykazaliśmy zarówno poprzez obserwację anizotropii, jak i poprzez zwrócenie uwagi na zupełnie inne warunki dopasowania fazy niż w mieszanii czterech fal optycznych. Jeden z powodów ustawienia anizotropowej geometrii zderzenia była chęć zbadania możliwości uzyskania nadpromienistości atomowej. Zjawisko miało być analogiczne do nadpromienistości (*superradiance*), która występuje gdy wydłużony kondensat jest oświetlony z boku falą świetlną [106–115]. Tam, ponieważ foton nie posiada masy spoczynkowej, warunki zachowania pędu i energii po zderzeniu fotonu z atomem pozwalają na rozproszenie fotonu wzdłuż długiej osi kondensatu. Atom jest rozproszony pod kątem 135° od fotonu. Nagromadzenie fotonów w kierunku długiej osi bozonowo stymuluje dalsze ich rozpraszanie preferencyjnie w tym kierunku, powodując wielokrotne wzmocnienie rozproszonej wiązki fotonów wzdłuż długiej osi kondensatu, tzw. *end-fire mode*. Dla zderzenia kondensatów, okazuje się jednak, że rozproszenie wzdłuż długiej osi nie jest możliwe. Z powodu równej masy spoczynkowej wszystkich zderzających się cząstek można co najwyżej uzyskać rozproszenie pod kątem 45° do długiej osi kondensatu. To skutkuje jedynie tą stosunkowo słabą anizotropią widzianą na Rys. 15(a).

W eksperymencie precyzyjnie badaliśmy położenie halo w płaszczyźnie prostopadłej do osi zderzenia i jego anizotropię. Pomiar i symulacja pokazane są na Rys. 15(c). Wytłumaczenie anizotropii wymaga rozważenia bardziej subtelnych bilansu energetycznego niż w części 4.3.2.

- Strata energii potrzebna by wybić atom z średniego pola kondensatu do ortogonalnych modów wynosi, jak poprzednio, około $\mu/2$ na atom niezależnie od kierunku rozproszonych atomów.
- Rozproszone atomy mają jednak możliwość odzyskania znacznej części tej energii poprzez zjechać z góry potencjału (7b) wytworzonego przez kondensaty — ponownie, “efekt narciarza”. To jest jednak jedynie możliwe w kierunkach dostatecznie prostopadłych do długiej osi kondensatu X. Wzdłuż tej osi, atomy nie mają czasu “zjechać” z góry ponieważ zanika ona w międzyczasie w tle z powodu rozrzedzenia kondensatów. Szybkie rozrzedzenie spowodowane jest rozepchnięciem chmur przez wewnętrzne oddziaływania, gdy tylko są uwolnione z pułapki w $t = 0$. Rozproszone atomy przemieszczające się równoległe do osi X mają za daleką drogę do pokonania do brzegu kondensatu, aby zdążyć zjechać. Brak efektu narciarza wzdłuż długiej osi jest ostatecznie odpowiedzialny za anizotropię.

Przed porównaniem z symulacjami, nie mogliśmy osiągnąć konsensusu co do poprawnego wyboru z pośród kilku alternatywnych wyjaśnień. Symulacje numeryczne ostatecznie pozwoliły zidentyfikować i jednoznacznie potwierdzić, że powyższe dwa procesy są odpowiedzialne za anizotropię. Artykuł [H3] był także chronologicznie pierwszą publikacją, która opisała (aczkolwiek skrótowo) metodę STAB. Okazało się, że jest ona jedyną dostępną metodą dającą dostatecznie precyzyjny opis (na wymaganym poziomie 2% precyzji), żeby na jego podstawie można było uzgodnić subtelniejsze efekty w halo pomiędzy eksperymentem a teoretycznym opisem.

4.4.2 Sub-poissonowskie fluktuacje gęstości w halo [H4]

Był to eksperyment gdzie po raz pierwszy wykazano fluktuacje η^2 poniżej poziomu poissonowskiego w układzie z optyki atomowej. Podczas gdy korelacje par były poprzednio zademonstrowane [1, 94], nie gwarantują one ani fluktuacji poniżej poziomu śrutowego, ani ściśnięcia spinu (przykład jest podany np. w [115]), ani też splątania. Nasz eksperyment podał pierwszy wyraźny dowód na nieklasyczne zachowanie tych atomów i dobitnie wykazał, że są one obiecującym polem do zastosowań z kwantowej

metrologii lub informatyki kwantowej [131–133]. W dodatku, ściśnięte atomy są tu odseparowane od siebie na odległość kilku cm, co świadczy o ich potencjale dla badań podstaw mechaniki kwantowej jak np. nielokalność [82, 89, 139, 140]. Później, inne eksperymenty w kilku podobnych układach również wykazały ściśnięcie o podobnej mocy między odseparowanymi identycznymi atomami [2, 7].

Ten eksperyment był przeprowadzony przy użyciu znacznie odnowionego układu eksperymentalnego i z bardziej wydłużoną chmurą niż [H3], a zderzenie następowało teraz wzdłuż długiej osi. Pozwoliło to także wyprodukować gęstsze halo, choć było ono dalej głęboko w zakresie “rozrzedzonym” ($\gamma \ll 1$) z punktu widzenia analizy degradacji z części 4.3.3. Aby uzyskać pomiary względnych fluktuacji liczby atomów η^2 , podzielono halo na pewną liczbę binów – standardowo 16. Jest to pokazane na Rys. 16(a-b). Wykluczono okolicę samych kondensatów z analizy jako skomplikowaną oraz niemiarodajną z powodu nasycenia detektorów. Mierzono liczbę atomów w binach w każdej realizacji, a potem na tej podstawie obliczono parametr ściśnięcia względnego obsadzenia η^2 dla każdej pary binów.

Co znamienne, fluktuacje poniżej szumu śrutowego ($\eta^2 \sim 0.9$) widziano jedynie pomiędzy przeciwnymi binami (8 par), a te pomiędzy wszystkimi innymi parami binów były na poziomie szumu śrutowego $\eta^2 = 1$. Jest to pokazane na dole Rys. 16. Uwzględniając wpływ niewydajności detektora, oszacowaliśmy, że faktyczny stopień ściśnięcia w rozproszonych atomach jest około -10dB ($\eta^2 \approx 0.1$).

Potwierdzenie poprawnego rozumienia zjawiska wymagało porównania zależności η^2 od podziału na biny z opisem teoretycznym. W tym celu przeprowadzono podobną analizę zmieniając liczbę binów, na które podzielono halo, N_z . Zgodność z obliczeniami metodą STAB była zadowalająca. Przy okazji, te badania pozwoliły z większą dokładnością niż poprzednio, wyznaczyć wydajność detektora (12%) poprzez porównanie symulacji z obserwowanym ściśnięciem.

4.4.3 Przekroczenie granicy nierówności Cauchyego-Schwarza przez fale atomowe [H7]

W tym eksperymencie jednoznacznie wykazaliśmy niespełnianie klasycznej nierówności Cauchyego-Schwarza (CS) przez odległe atomy w halo. Dowodzi to, że nie mogą one być opisane żadnym klasycznym polem bozonowym [128]. Jest to bardzo istotnym krokiem na drodze do wykazania sprzeczności z twierdzeniem Bella w superpozycji stanów z różniącym się rozkładem masy. Eksperymentalne wykazanie takiego złamania, które jest długotrwałym celem naszych wspólnych badań, stanowiłoby ważny dowód na niemożność lokalnego realistycznego opisu obiektów złożonych z masywnych cząstek. Było by to ważnym wynikiem w badaniach podstaw mechaniki kwantowej.

Halo zostało ponownie podzielone na biny (pokazane na małych diagramach nad Rys. 18). Tym razem mierzone były dwubynowe korelacje $\overline{G}_{ij}^{(2)} = \overline{g}_{ij}^{(2)} \overline{N}_i \overline{N}_j$ pomiędzy nimi, podobnie do opisu z [H8]. Wykazaliśmy analitycznie, że gdy parametr stosunku przeciwbieżnych korelacji do lokalnych, $\mathcal{C} = \overline{G}_{12}^{(2)} / \sqrt{\overline{G}_{11}^{(2)} \overline{G}_{22}^{(2)}}$, ma wartość powyżej 1, nierówność CS nie jest spełniona, a potem to samo zostało wykazane w danych z eksperymentu. Jest to pokazane na Rys. 18, wraz z brakiem złamania nierówności CS dla sąsiednich binów. Przekroczenie granicy klasycznej było widziane dla wielu różnych podziałów na biny (M , number of zones, na Rys. 18).

Dodatkowym istotnym wynikiem tej pracy był dowód, że sprzeczność z nierównością, a zatem efekty jednoznacznie kwantowe, stają się widoczne dopiero, gdy wykonywane pomiary są dostatecznie wielomodowe. Analiza dwumodowa okazała się niezdolna ani do opisu zachowania \mathcal{C} , ani jego relacji ze zmierzonymi korelacjami. Idee tu poruszone były potem dokładniej rozwinięte w teoretyczno-numerycznej analizie w [H8]. Porównanie do symulacji numerycznych metodą STAB było elementem potwierdzającym nasze zrozumienie zachowania rozproszonych atomów i relacji między kilku- a wielomodowym opisem.

Aspektem badań, dla którego symulacje numeryczne były niezbędne, był wpływ fluktuacji całkowitej liczby atomów N na interpretację wyników. W eksperymencie, faktyczna liczba atomów w chmurach waha się znacznie z powodów technicznych, w granicach kilkudziesięciu procent. Ponad-

to, nie udaje się jej precyzyjnie określić dla pojedynczych realizacji z powodu nieliniowego nasycenia detektorów w okolicach kondensatów. Liczba atomów rozproszonych także zależy nieliniowo od N , ponieważ z zasady liczba zderzeń atomowych zależy od gęstości do kwadratu, a sama gęstość nieliniowo od N . Wpływa to w niezbyt dobrze określony sposób na właściwości halo, choć ogólnie widać, że różnice między realizacjami są duże. Wykonałem symulacje numeryczne dla różnych wartości N , aby oszacować czy ich fluktuacje mają wpływ na interpretacje wyników. W suplemencie [H7] te aspekty zostały wyszczególnione – ogólnie fluktuacje N nie mają jakościowego wpływu na \mathcal{C} , ale mogą taki mieć na anizotropię widzianą w [H4].

Artykuł ten był także pierwszą publikacją gdzie wprowadziłem kolejną innowację dla symulacji niekoherentnej dynamiki fal atomowych, z którą wiąże się wiele nowych możliwości — rozszerzenie metody STAB do przypadków niezerowej temperatury. Okazuje się, że symulacja rozpraszania par atomów z kwazi-kondensatów może być przeprowadzona w dość prosty sposób poprzez zastąpienie pola źródłowego kondensatu przez zespół statystyczny odpowiadający opisowi kwazikondensatu polami klasycznymi. Tu, każda realizacja stochastyczna ewolucji Bogoliubowa jest sparowana z niezależną funkcją falową źródłową zaczerpniętą z termicznego zespołu pól klasycznych. W naszym przypadku używaliśmy przybliżonego opisu Petrova *et al.* [143] do preparacji kwazikondensatu [144].

Zajęcie się niezerową temperaturą było istotne, ponieważ w eksperymencie [H7] chmura źródłowa jest dostatecznie wydłużona, aby być prawie jednowymiarowa i dla parametrów eksperymentu ma kwazikondensatowe fluktuacje fazy. Szacuje się, że średnio jest w niej około 10 domen fazy. Ma to szczególne znaczenie dla korelacji, ponieważ termiczne rozszerzenie pierwotnego rozkładu pędów chmury atomów w kwazikondensacie powoduje rozszerzenie korelacji przeciwbieżnych atomów (BB). To jest czynnik, który pozwala uzgodnić nietypowe wysokości korelacji z obecnością ściśnięcia $\eta^2 < 1$, jak to zostało opisane w [H8]. Powstaje pytanie czy to rozszerzenie może mieć wpływ na wartości przekroczenia CS (\mathcal{C}) osiągnane w eksperymencie. Nowa temperaturowa metoda STAB została użyta do zbadania tej kwestii. Jak się okazało, w obecnym przypadku wpływ termiczny na \mathcal{C} jest mało istotny w porównaniu z mocniejszym wpływem całkowitej liczby atomów N .

Wyniki opublikowane w [H7] stanowią najnowszy etap na drodze eksperymentu z Palaiseau do wykonania testów twierdzenia Bella dla oddalonych od siebie masywnych cząstek. W tym ciągu można ustawić pierwsze pomiary nieklasycznych korelacji atomów w chmurze [20, 80], w poprzek halo [1], sub-poissonowskie fluktuacje różnicy obsadzeń [H4] i wykroczenie poza nierówność Cauchyego-Schwarza [H7]. Niedawna teoretyczna praca [129] dowodzi, że nasze wykroczenie poza nierówność CS wykazuje także, że atomy w halo są użytecznie splątane. Ten ostatni wniosek jest szczególnie ciekawy jeżeli weźmiemy pod uwagę, że większość eksperymentów wykazujących splątanie chmur atomowych [5, 134–138] robiło to poprzez wykazanie ściśnięcia spinu. Nasz eksperyment nie zawierał ściśnięcia spinu z powodu znikomej koherencji jednocząstkowej (wykazane w [H1]), więc splątanie występujące tutaj jest innego rodzaju.

4.5 Dynamika wielkich układów spinów [H9]

Nieco osobna gałąź moich badań nad symulacją pełnej dynamiki kwantowej zajmowała się spinami. We współpracy z prof. Erikiem Sørensen i jego studentem Rayem Ng, opracowaliśmy metodę stochastyczną dla dynamiki układów spinów (o całkowitym spinie $1/2$). W tych badaniach ja miałem rolę eksperta od metod symulacji mechaniki kwantowej, a współautorzy od fizyki układów spinowych.

Sprawdzaliśmy użyteczność nowej metody na przykładzie modelu Isinga poddanego skokowi nieadiabaticznemu (*quantum quench*) poprzez włączenie poprzecznego pola magnetycznego [164, 166, 168]. Przypadek ten jest intensywnie badany w ostatnich latach [145]. Niedawne osiągnięcia w układach zimnych atomów na sieciach optycznych wskazują także na możliwości zrealizowania tzw. symulatorów kwantowych [146–152], w których atomowe stopnie swobody duplikują te obecne w mo-

delach spinowych. Ma to szczególne znaczenie dla układów z frustracją, bo wiedza o ich dynamice jest dotychczas dość uboga. Niedawne eksperymenty [153–162] poczyniły znaczne postępy w kierunku stworzenia takich symulatorów kwantowych. Na przykład, symulator został zaimplementowany dla 9 spinów [157, 159], a układy około 300 spinów zostały zrealizowane za pomocą spulapkowanych jonów [161], jak i neutralnych atomów w sieciach optycznych [158, 163]. Niektóre z tych eksperymentów są modelowane właśnie przez skok nieadiabacyjny w modelu Isinga [153, 155, 157, 161].

W naszej pracy wyprowadziliśmy równania stochastyczne, które odpowiadają pełnej dynamice kwantowej modelu Heisenberga na dowolnej sieci z poprzecznym polem magnetycznym:

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \left[\hat{S}_i^z \hat{S}_j^z + \Delta \left(\hat{S}_i^y \hat{S}_j^y + \hat{S}_i^x \hat{S}_j^x \right) \right] - h(t) \sum_i \hat{S}_i^x, \quad (12)$$

Tu J określa siłę oddziaływania par spinów oznaczonych przez $\langle i, j \rangle$ (oddziaływanie jest na podstawie rzutu spinu na oś z), $h(t)$ jest mocą poprzecznego pola magnetycznego w kierunku x , a Δ mocą oddziaływania rzutów spinu na poprzeczną płaszczyznę x, y . Szczególny przypadek modelu Isinga odpowiada $\Delta = 0$, a dla izotropowego modelu Heisenberga, $\Delta = 1$. W porównaniu z polem bozonowym zimnych atomów czy fotonów w optyce kwantowej, przypadek dynamiki małych spinów jest ogólnie “trudny” w swojej istocie. Bierze się to stąd, że szum w równaniach stochastycznych pochodzi od oddziaływania J , które dla interesujących przypadków jest większe lub porównywalne z siłą pola magnetycznego h odpowiedzialnego za deterministyczną ewolucję. Dla porównania, w dynamice kondensatów, którą omawiałem powyżej, szum jest względnie niewielki w porównaniu z ewolucją średniego pola.

Obliczenia przeprowadziliśmy dla dość standardowego przypadku gdzie stan początkowy w $t = 0$ jest stanem podstawowym układu Isinga z $h = 0$. W momencie $t = 0$, pole poprzeczne jest nagle przelączone do swojej docelowej wartości, którą zazwyczaj wybieraliśmy $h/J = 0.5$. Odpowiada to punktowi krytycznemu jednowymiarowego układu i dla tej wartości długość korelacji w stanie równowagi staje się nieskończona. W naszym przypadku oczywiście, długość korelacji rośnie z czasem, lecz nie osiąga wartości nieskończonej w dostępnych czasach. Celem symulacji jest obliczenie jej ewolucji. Przykłady obliczenia pokazane są na Rys. 19.

Reprezentacja która okazała się być skuteczna, używa lokalnej bazy $|z\rangle = e^{z/2} |\uparrow\rangle + e^{-z/2} |\downarrow\rangle$ parametryzowanej przez zespoloną liczbę z . Różni się ona znacznie od stanów koherentnych $|\alpha\rangle = e^{\alpha \hat{a}^\dagger} |0\rangle$ używanych dla pól bozonowych w reprezentacji *positive-P*. Zachowuje ona jednak pewne cechy stanów koherentnych niezbędne dla symulacji dynamiki wielkich układów: liniowe skalowanie rozmiaru konfiguracji λ , liczby równań i numerycznego wysiłku z liczbą spinów N . Utrzymujemy także niezależność realizacji, użycie gaussowskiego lokalnego szumu w równaniach stochastycznych oraz brak czynników fazowych podczas dynamiki. Tak jak dla pól bozonowych, odróżnia to tę metodę od wszelkich inkarnacji Monte Carlo bazującego na całkach po trajektoriach. Z drugiej strony, tak jak w *positive-P* dla bozonów, tu także występuje wzmocnienie szumu po pewnym czasie ewolucji, które w końcu wyznacza granice stosowalności metody. Podobnie jak tam, ten maksymalny użyteczny czas symulacji nie zależy od liczby spinów w układzie, a jedynie słabo od jego wymiaru (liczby sąsiadów). Przeprowadziliśmy analizę tego skalowania w sposób analogiczny jak poprzednio dla pól bozonowych [P26,P27], a w szczególności wyznaczyliśmy jego zależność od głównego bezwymiarowego parametru układu, h/J . Tak jak w innych numerycznych metodach przestrzeni fazowej, złamanie symetrii translacyjnej, zmiany współczynników w czasie i forma warunków brzegowych nie wpływają na trudność numeryczną. Poprawność wyników została wykazana na przykładzie stosunkowo małego układu 10 spinów, który może być rozwiązany dokładnie przez prostą diagonalizację hamiltonianu (Rys. 17, prawy).

W celu wykazania użyteczności dla dużych układów, obliczyliśmy dynamikę układów 10000 spinów zarówno w układzie jedno i dwuwymiarowym (Rys. 19). Obliczenia te trwały około jednego dnia na zwykłym komputerze. Korzystając z techniki triangulacji kwantowej wypracowanej przez mnie w [H2], udało nam się wydłużyć czas symulacji do czasów $2.8\hbar/J$.

Są to czasy dostatecznie długie, aby zaobserwować nietrywialną dynamikę, w tym główną dekoherencję układu i propagację korelacji [169]. Ogólnie, wstępne dość trywialne perturbacyjne efekty występują w czasie \hbar/J , który jest dostępny bez triangulacji, podczas gdy gros dekoherencji odbywa się podczas kilku pierwszych jednostek czasu \hbar/J . Poprzednia próba opracowania metody stochastycznej przez grupę Sørensen przy użyciu bozonów Schwingera [165] pozwoliła uzyskać jedynie czasy rzędu $0.6\hbar/J$ i miała niekorzystne skalowanie z N — w zasadzie symulacje układów 100 spinów lub więcej nie były możliwe.

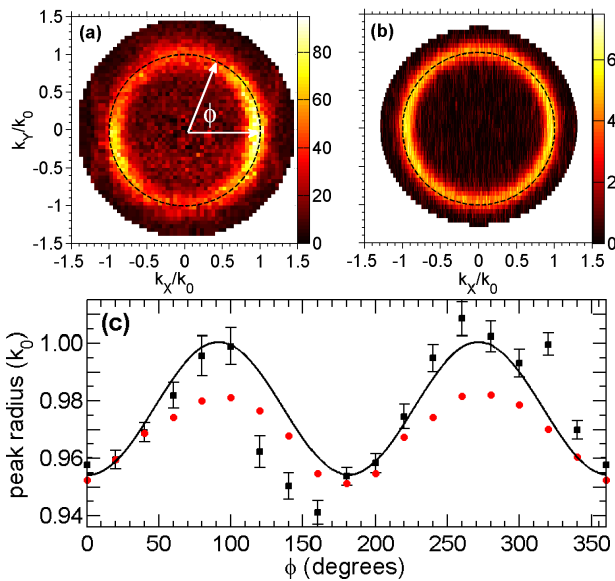
Warto tu też wspomnieć, że podczas gdy najprostszy przypadek — jednowymiarowy układ spinów w modelu Isinga z poprzecznym polem magnetycznym — można rozwiązać dokładnie używając transformacji Jordana-Wignera [166] dla jednorodnego przypadku, lub rozwiązać numerycznie metodami DMRG do czasów $t/J \sim 100$ dla układów kilkuset spinów [167], nie jest to już możliwe ani w 2D, ani w 3D. Dla naszego podejścia zwiększanie wymiarowości nie stanowi większego problemu.

Jest spora gama problemów, dla których czasy kilku \hbar/J są wystarczające, aby uzyskać istotne informacje. Poza samymi *quantum quench*, np. metoda echa Löschmidta pozwala wyznaczyć przejścia fazowe [170], a właściwości koherencji w układzie mogą być badane poprzez zmianę zewnętrznych parametrów w odpowiedniej sekwencji [171,172][P24,P30]. Ta ostatnia technika jest szczególnie użyteczna dla układów, w których występują straty, ponieważ omija potrzebę prześledzenia długiej ewolucji.

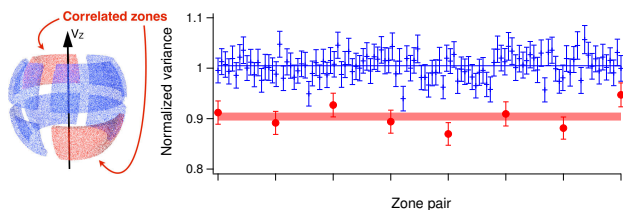
4.6 Podsumowanie

Podsumowując cykl prac [H1-H9] przedstawiony powyżej, główne wyniki to:

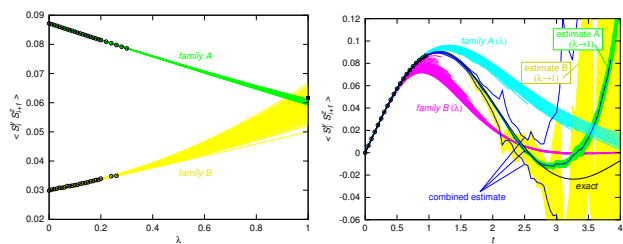
- Opracowanie i zademonstrowanie metody do obliczeń pełnej dynamiki kwantowej ogromnych układów oddziałujących atomów [H1]. Pełne obliczenia dla tak dużych układów ($10^5 - 10^6$ atomów) uważane były poprzednio za ogólnie niemożliwe. To, że udało się dość łatwo uzyskać użyteczne wyniki zapoczątkowało wielokrotne stosowanie tego podejścia, zarówno z moim uczestnictwem [H1,H3,H4,H6,H7,H8,P27], jak i bez [44–47].
- Opracowanie metody STAB traktującej rozproszone atomy pełnym opisem kwantowym [H3,H5]. Pozwala ona na wykonanie precyzyjnych symulacji wielu eksperymentów z zimnymi atomami, w których pary atomów są rozpraszane do pustych modów. Nie jest to możliwe za pomocą bardziej przybliżonych metod jak RBM czy średnie pole, a użycie metody *truncated Wigner* daje tylko częściowo wiarygodne wyniki.
- Zrozumienie zależności korelacji i ściśnięcia wśród rozproszonych atomów oraz stosunku między opisami dwu- i wielomodowym [H1,H6,H7,H8].
- Zrozumienie powodów degradacji ściśnięcia i, co za tym idzie, splątania atomów w halo [H8].
- Opracowanie metody dla symulacji pełnej dynamiki kwantowej dużych układów oddziałujących spinów [H9] oraz techniki triangulacji kwantowej [H2], która m. in. została do tego zastosowana. Daje to perspektywy na przyszłe obliczenia w układach dwu- i trzy-wymiarowych, a nawet w układach bez symetrii translacyjnej.
- Seria prac eksperymentalnych z grupa Chrisa Westbrooka w Palaiseau, w których symulacje numeryczne układu grały ważną rolę w zrozumieniu wyników. Kolejne eksperymenty wykazały istotne różnice pomiędzy optyką atomową a fotonową [H4], nieklasyczne sub-poissonowskie fluktuacje gęstości między daleko odseparowanymi atomami [H5] oraz wykroczenie poza nierówność Cauchyego-Schwarza, które świadczy o niemożności opisu tych atomów przez pole klasyczne [H7] oraz o ich splątaniu [129]. Są to kolejne kroki w długoterminowej kampanii mającej na celu zaobserwowanie wykroczenia poza nierówność Bella i niezgodność z lokalnym realizmem dla masywnych cząstek w stanach z różnym rozkładem masy.



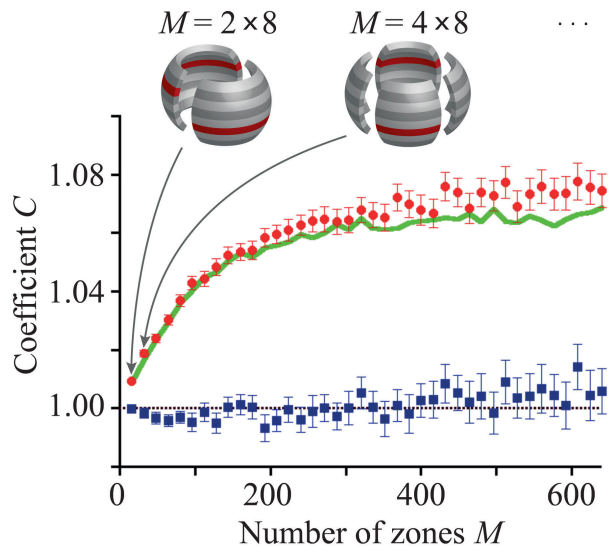
Rysunek 15: [H3] Przekrój przez halo w eksperymencie (a) i symulacji STAB (b). Kondensaty są wydłużone w kierunku X. Panel (c) pokazuje promień halo zależnie od kąta ϕ . Eksperyment: czarno, symulacja: czerwono.



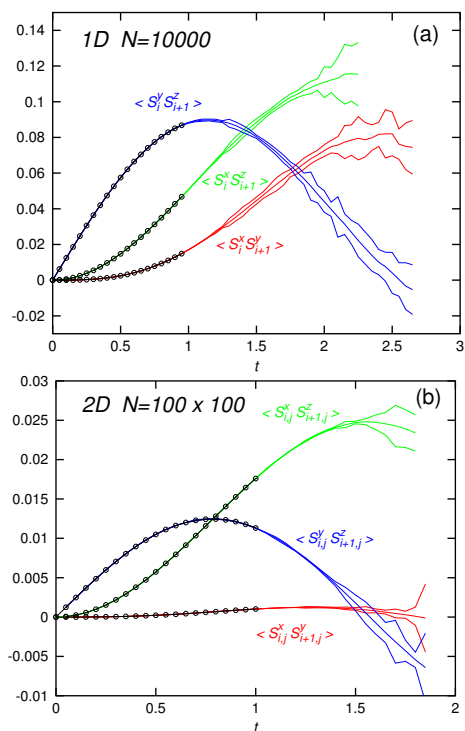
Rysunek 16: [H4] Pomiar sub-poissonowskich fluktuacji. Podział halo na biny (lewe); η^2 pomiędzy wszystkimi parami binów (prawe; przeciwnych binów na czerwono, reszta na niebiesko).



Rysunek 17: [H9] Triangulacja kwantowa. Lewe: ekstrapolacja dwóch rodzin równań do wartości w pełni kwantowej. Prawe: szacowania na podstawie pojedynczych rodzin oraz końcowe zbiorcze (ciemno niebieski). Zewnętrzne z potrójnych linii szacują niepewność statystyczną.



Rysunek 18: [H7] Wykroczenie poza nierówność Cauchyego-Schwarza, $C \leq 1$, przez pomiary na przeciwnych binach (na czerwono). Wyniki dla sąsiednich binów na niebiesko. Obliczenie STAB na zielono. Rysunki pokazują schemat podziału na biny.



Rysunek 19: [H9] Korelacje spinów w makroskopowych układach: jednowymiarowym (a), dwuwymiarowym (b). Zewnętrzne linie wyznaczają niepewność, kółka – wyniki uzyskane bez triangulacji kwantowej.

5 Przebieg pracy naukowej i działalność w innych tematykach badawczych

5.1 Badania nad lokalnym realizmem w mechanice kwantowej

W Australii, gdzie mieszkałem przez większość dzieciństwa, ścieżka studiów dla osób zainteresowanych pracą naukową biegnie przez dodatkowy czwarty rok studiów, zwany *honours*. Zastępuje on w dużej mierze europejskie studia magisterskie. Potem, pod warunkiem uzyskania dobrej oceny na tym czwartym roku, można rozpocząć studia doktoranckie. Studia na czwarty roku składają się w połowie z tradycyjnych wykładów, a w połowie z projektu badawczego. W moim przypadku zajmłem się badaniami nad podstawami mechaniki kwantowej pod kierownictwem dr. Margaret Reid, która jest poważanym autorytetem w tej dziedzinie.

Zademonstrowaliśmy przykład stanów kwantowych, dla których wykroczenie poza nierówności Bella występuje nawet, gdy wszystkie pomiary dotyczą tylko makroskopowych właściwości. Przez makroskopowe ma się na myśli takie właściwości, dla których niepewność co do ich wartości jest sama w sobie makroskopowa, czyli znacznie większa niż odstęp między sąsiednimi wartościami pomiaru dozwolonymi przez mechanikę kwantową. Była to pierwsza demonstracja niezgodności mechaniki kwantowej z tzw. *makroskopowym* lokalnym realizmem. Jest to wynik bardziej odbiegający od klasycznego postrzegania świata niż wcześniejsze badania nad przekroczeniem nierówności Bella przez pomiary spinu cząstek lub na pojedynczych fotonach. Świadczy on o tym, że także wyniki niektórych ciągłych czy makroskopowych pomiarów nie mogą być opisane żadną lokalną teorią ukrytych zmiennych.

Ogólnie pomysł był w całości promotora, a obliczenia moją pracą. Obliczałem korelacje pomiarów homodynowych kwadratur fazy [173, 174] wykonanych na makroskopowym polu bozonowym pochodzącym od odpowiednio spreparowanej superpozycji stanów koherentnych. Wykazaliśmy przekroczenie granicy wyznaczonej przez nierówność Bella o 1.5% przez pomiary o jedynie makroskopowej rozdzielczości. Oszacowaliśmy także wpływ niedoskonałej wydajności detekcji. Wyniki zostały opublikowane w [P10, P12]. Uczestniczyłem także w przygotowaniu artykułu [P11], który formalnie definiował i precyzował różnicę pomiędzy makroskopowym a mikroskopowym lokalnym realizmem.

5.2 Cechowanie stochastyczne i badania nad ogólnymi reprezentacjami przestrzeni fazowej

Wiodącym tematem podczas mojego doktoratu z promotorem prof. Peterem Drummondem w University of Queensland było opracowanie idei cechowania stochastycznego (*stochastic gauge*) dla reprezentacji przestrzeni fazowej i jej zastosowanie dla zimnych atomów. W ramach doktoratu pracowałem na University of Queensland w latach 1998-2002, a potem jako student eksternistyczny w latach 2002-2004 (pracę doktorską złożyłem w czerwcu 2004) pracując jednocześnie w firmie Deuar Pty. Ltd. gdzie zajmowałem się badaniami inżynierskimi (opisanymi poniżej, w części 5.6).

Ogólny przebieg moich badań nad cechowaniem został skrótowo opisany we wstępie do części 4.2. Początkowym tematem było szukanie lokalnych baz $\hat{\Lambda}_m$, które polepszyłyby zachowanie symulacji dynamiki i termodynamiki w porównaniu z metodą *positive-P* (zob. część 5.3). Badaliśmy kilka rodzajów baz, w tym bardziej ogólnych stanów ściśniętych niż użyte poprzednio w [175], nietypowo znormalizowane warianty bazy *positive-P* oraz bazy hermitowskie [P18]. Te poszukiwania zaowocowały rozwinięciem dość ogólnej teorii reprezentacji w przestrzeni fazowej i zrozumienia, które cechy są ważne z punktu widzenia praktycznych zastosowań do układów wielu ciał. Zostało to opisane najobszerniej jako część doktoratu [P34]. Niektóre pomysły rozwinięte przez nas okazały się później użyteczne do rozwoju baz gaussowskich przez J. Corneya i P. Drummonda [176–178] i są wspomniane we wspólnych artykułach na ten temat [P22, P27, P28]. Reprezentacje w bazach gaussowskich są jednymi z najlep-

szych kandydatów do wykonania obliczeń pełnej dynamiki kwantowej w układach wielu fermionów w 2D lub 3D (przykładowo [179–181]). Takie obliczenia mają znaczenie np. w teorii układów materii skondensowanej i dynamice zderzeń ciężkich jonów.

Do opisanego koncepcji cechowania stochastycznego, które w ostatnim rozrachunku zastosowaliśmy do pokonania problemów z *boundary term errors* [P19] oraz polepszenia czasów symulacji [P23,P26], trzeba przedstawić kilka szczegółów dotyczących opisu dynamiki kwantowej poprzez równania stochastyczne. Zgodnie z (1) są trzy równoważne sposoby opisanego stanu kwantowego: samo $\hat{\rho}$, rozkład $P(\vec{\lambda})$, albo zbiór realizacji $\{\dots \vec{\lambda}^{(j)}, \dots\}$. Dynamika jest opisana równaniem master $i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$, z ewentualnym dodatkiem oddziaływań z zewnętrznym środowiskiem jak np. rezerwuar termiczny [182]. Może ona być także zapisana jako równanie ewolucji dla $P(\vec{\lambda})$ lub dla realizacji $\vec{\lambda}^{(j)}$. W wielu przypadkach równanie dla P przybiera postać równania Fokkera-Plancka:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \sum_n \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda_n} (-A_n(\vec{\lambda})) + \sum_m \frac{\partial^2}{\partial \lambda_n \partial \lambda_m} \frac{D_{nm}(\vec{\lambda})}{2} \right\} P \quad (13)$$

gdzie indeksy n, m zliczają zmienne wchodzące w skład pełnej konfiguracji $\vec{\lambda}$. Zazwyczaj jest to równoznaczne z równaniami stochastycznymi dla pojedynczych realizacji:

$$\frac{\partial \lambda_n}{\partial t} = A_n(\vec{\lambda}) + \sum_k B_{nk}(\vec{\lambda}) \xi_k(t). \quad (14)$$

Związek pomiędzy macierzami szumu B a dyfuzji D wyrażony jest przez $D = BB^T$, a $\xi_k(t)$ są niezależnymi rzeczywistymi szumami takimi jak w (4).

Jedną z ogólnych cech reprezentacji w przestrzeni fazowej jest to, że wiele różnych rozkładów $P(\vec{\lambda})$ może opisać ten sam stan kwantowy, choć nie koniecznie z tą samą wydajnością statystyczną. Stopnie swobody z tym związane mogą być opisane poprzez wybór pewnych dowolnych funkcji (cechowań stochastycznych). Początkowy pomysł, tzw. cechowanie dryftu (*drift gauges*) pochodzący od prof. Drummonda bazuje na obserwacji, że jeżeli zdefiniujemy nową bazę $\hat{\Lambda}_G = \Omega \hat{\Lambda}$ z dodatkową wagą Ω , wtedy $\hat{\mathcal{Z}} = \hat{\Lambda}_G - \Omega \frac{\partial}{\partial \Omega} \hat{\Lambda}_G = 0$. W takim razie jest możliwe dodanie członu $\int d\vec{\lambda} P \mathcal{G} \hat{\mathcal{Z}} = 0$, mnożonego przez dowolną funkcję \mathcal{G} do równania master. To, natomiast, pozwala wprowadzić człony zawierające \mathcal{G} wraz z $\frac{\partial}{\partial \lambda_n}$ i $\frac{\partial}{\partial \Omega \partial \lambda_n}$ do równania Fokkera Plancka (13). W ten sposób możemy wprowadzić dowolną zmianę (pośredniczoną przez funkcję \mathcal{G}) do deterministycznych części równań ruchu (14) za cenę wprowadzenia dodatkowej ewolucji wagi Ω . Waga ta wchodzi potem we wszelkie obliczenia obserwabli. Zmienione równania z dodatkiem cechowań \mathcal{G}_k mają teraz postać

$$\frac{\partial \lambda_n}{\partial t} = A_n(\vec{\lambda}) + \sum_k B_{nk}(\vec{\lambda}) [\xi_k(t) - \mathcal{G}_k(\vec{\lambda})] \quad ; \quad \frac{\partial \Omega}{\partial t} = \Omega \sum_k \mathcal{G}_k(\vec{\lambda}) \xi_k(t). \quad (15)$$

Odpowiednia modyfikacja może np. usunąć *boundary term errors*. Początkowe, niezbyt udane próby zastosowania tego pomysłu zostały opublikowane w [P18]. Dalsze badania doprowadziły nas do wniosków na temat właściwości skutecznych baz i cechowań, za pomocą których pomysł mógł być wprowadzony w życie. Zostało to wykazane i zademonstrowane w [P19] na kilku znanych, notorycznych przypadkach.

Niestety cechowanie dryftu ma jedną poważną wadę, która ujawnia się dla dużych układów – ilość szumu w *logarytmie* wagi, $\log \Omega$, narasta liniowo wraz z rozmiarem układu. Gdy wariancja logarytmu staje się większa niż około 10, próbki Ω stają się już źle dobrane i obliczenia obserwabli za ich pomocą niekoniecznie są już wiarygodne. Poważnie ogranicza to czas i rozmiar układu, który może być skutecznie opisany przy ich pomocy.

W trakcie badań nad właściwościami ogólnych reprezentacji praca autorstwa Plimak *et al.* [183] zwróciła moją uwagę, ze względu na wykorzystanie w niej innej dowolności w równaniach niż cechowanie dryftu. Rozwinąłem idee tam zawarte w uogólniony opis dowolności w wyborze szumu – tzw. cechowanie dyfuzji (*diffusion gauges*), które konstruktywnie opisuje dowolność w wyborze współczynników szumu B , pozostałą po określeniu dyfuzji D . Co najciekawsze, ten wybór może mieć bardzo duży wpływ na poziom fluktuacji statystycznych podczas ewolucji – sprawę bardzo istotną w praktyce. Przykładowo, dla oscylatora anharmonicznego opisanego hamiltonianem $H = \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2$, który jest najprostszym jednomodowym analogiem oddziałującego gazu bozonów, ewolucja prostą metodą *positive-P* może trwać co najwyżej kilka okresów oscylacji fazy, póki nie nastąpi katastroficzne wzmocnienie szumu. Natomiast, przy odpowiednim cechowaniu dyfuzji, symulacja pozostaje użyteczna aż do pełnej dekoherencji (kilkadziesiąt czy kilkaset okresów oscylacji). Skalowanie dostępnego zakresu czasowego z parametrami układu zostało przeanalizowane dokładnie dla zarówno jedno-, dwu- jak i wielomodowych układów w [P25,P26]. Wynik uzyskany w [P25], że spodziewanym użytecznym czasem symulacji *positive-P* dla hamiltonianu (2) jest $t_{\text{sim}} \approx 2.5\hbar(\Delta V)^{1/3}/[gn_{\text{max}}^{2/3}]$, okazał się wyjątkowo użyteczny w późniejszych badaniach. Pozwala on szybko i dość dokładnie oszacować długość zakresu czasowego dostępnego dla danego układu. Tutaj n_{max} jest maksymalną gęstością osiąganą lokalnie w gazie, a reszta oznaczeń jest jak w (3).

Na dłuższą metę oba cechowania okazały się użyteczne. Artykuł [P21] opisuje szczegóły obu cechowań i wraz z [P22] podaje przykłady zastosowań do kilku stosunkowo prostych hamiltonianów, takich jak jednowymiarowy gaz bozonów, dysocjacja molekularna i oscylator anharmoniczny. W artykule [P24] zbadaliśmy możliwości cechowania stochastycznego dla układów z małą liczbą modów lecz wielką liczbą cząstek, która powoduje niemożliwość przeprowadzenia deterministycznego obliczenia na pełnym stanie kwantowym. Wykonaliśmy symulację pełnej dynamiki kwantowej jednego mola atomów ($\langle \hat{N} \rangle = N_A = 6.022 \times 10^{23}$) przy użyciu obu cechowań jednocześnie i zaobserwowaliśmy zarówno dekoherencję jak i ożywienie kwantowe (*quantum revival*). To ostatnie jest dość zaskakujące jeśli weźmiemy pod uwagę, że ewolucja równań jest dyfuzyjna. Jest to dobitnym dowodem na to, że ten sam stan kwantowy może być reprezentowany przez zupełnie inne rozkłady parametrów $P(\vec{\lambda})$.

Kończąc omawianie tej tematyki wspomnę, że rozszerzenie równań stochastycznych *positive-P* do przypadku nie-kontaktowych oddziaływań dwuciałowych między atomami zostało podane w [P28]. Ma to obecnie rosnące znaczenie z powodu dużego zainteresowania atomami oddziałującymi dipolowo. Wreszcie, dwie prace zbiorcze opublikowane w 2007 zawierały, jako przykłady, kilka obliczeń wykonanych przeze mnie [P27,P35].

5.3 Obliczenia termiczne z cechowaniem stochastycznym

Nieco odmiennym tematem były zastosowania cechowania stochastycznego do obliczeń stanów równowagi termicznej. Było to, w zasadzie, najbardziej użyteczne dotychczasowe zastosowanie cechowania dryftu. Istnieje znaczna analogia między dynamiką a ciągiem stanów równowagi termicznej dla różnych temperatur. Wielki zespół kanoniczny $\hat{\rho}(\beta, \mu)$ z $\beta = 1/k_B T$ i potencjałem chemicznym μ , zależy od temperatury według równania $\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \beta} = [\hat{\rho}, \hat{H} - \mu \hat{N}]_+$. Wynikające z tego równania stochastyczne przypominają te otrzymane z równania master dla dynamiki, lecz z zamianą $t \rightarrow i\beta/2$. To jest przyczyną tego, że takie podejście nosi miano metody “czasu urojonego”. Co ważne, $t = \beta = 0$ odpowiada nieskończonej temperaturze, dla której stan równowagi jest dość trywialny i łatwo zapisać jego rozkład P , oraz wygenerować odpowiednie realizacje. Tak więc całkując po β można uzyskać stany termiczne dla długiego ciągu temperatur od nieskończoności w dół do jakiejś T_{min} , która jest ograniczona przez właściwości statystyczne uzyskanych próbek.

Trzeba było przezwyciężyć dwie poważne niedogodności, aby uzyskać użyteczne wyniki. Po pierwsze, w odróżnieniu od dynamiki, *boundary term errors* nie są pomijalne tu. Udało nam się znaleźć

odpowiednie cechowanie dryftu aby usunąć ten problem. Wstępne obliczenia na układzie jednowymiarowym zostały opublikowane w [P21], podczas gdy poprawność cechowania stochastycznego została zademonstrowana w jednowymiarowym gazie w [P23].

Druga niedogodność metody wiąże się z obecnością członów deterministycznych w ewolucji wagi Ω . To powoduje konieczność starannego podejścia do stanu początkowego. Wymagane jest przeprowadzenie tzw. *importance sampling* stanów początkowych w $\beta = 0$, a odpowiedni wybór zależności $\mu(\beta)$ jest także pomocny [P29].

Artykuł [P29] opisuje badania powstałe długo po ukończeniu przeze mnie doktoratu. Zawiera on szczegółową analizę przestrzennych korelacji gęstości i fazy w jednowymiarowym jednorodnym gazie o skończonej temperaturze. Jest to układ, na którym skupia się wiele uwagi w ostatnich latach, z racji swoich niezwykłych właściwości (na przykład, brak termalizacji [184]), a także dzięki pospolitości jednowymiarowych pułapek i dogodności tych układów do badania zjawisk, takich jak fluktuacje fazy, bądź solitony czy fale zderzeniowe. Co ciekawe, mimo iż układ dla $T = 0$ został rozwiązany “dokładnie” przez Lieba i Linigera w 1963 [185], a termiczny wkrótce potem przez Yanga i Yanga [186], to “dokładne” rozwiązanie wcale nie przelożyło się na możliwość obliczenia wszystkich obserwabli. Dotyczyło to także korelacji dwucząstkowych, poza szczególnym przypadkiem korelacji lokalnych $g^{(2)}(0) = \hat{a}^\dagger \hat{a}^2 / n^2$ opisanych w [187]. Nasz artykuł podchodził do sprawy kompleksowo w różnych zakresach temperatury i mocy oddziaływania γ , kilkoma metodami. Podczas gdy najzimniejsze i najgorętsze zakresy były dostępne metodami analitycznymi, obliczenia numeryczne metodą cechowania stochastycznego były niezbędne, aby uzyskać wyniki w rejonie zwanym dekoherentnym kwantowym i w warunkach przejściowych pomiędzy wysoko-temperaturowym a nisko-temperaturowym układem. Znaleźliśmy, m.in. ciekawe zjawisko występowania maksimum korelacji gęstości dla niezerowej odległości między atomami (Rys. 21). Jest ono szczególnie widoczne w gazach, w których zarówno oddziaływanie jak i temperatura mają wartości przejściowe.

5.4 Dynamika atomów Rydbergowskich

Osobną tematyką były badania nad dynamiką korelacji w układzie atomów rydbergowskich, które prowadziłem w latach 2009-2010 we współpracy z dr. Sebastianem Wüsterem i jego współpracownikami z Drezna [P30]. Wszedłem do tematyki jako doradca grupy niemieckiej w sprawie metod stochastycznych dla dynamiki atomów. Badaliśmy wpływ wzbudzeń rydbergowskich i tzw. blokady rydbergowskiej na korelacje między atomami. Układ składał się z gazu idealnego atomów w stanie podstawowym poddanego działaniu zewnętrznego pola powodującego wzbudzenie atomów do stanu rydbergowskiego. W tym stanie, oddziaływały one “długozasięgowym” potencjałem van der Waalsa $\sim 1/r^6$. Jak się okazało, obliczenia stochastyczne nie dały w tym przypadku zadowalających wyników, ale przy okazji uczestniczyłem dość intensywnie w analizie i interpretacji wyników uzyskanych metodami przybliżonymi. Wykazaliśmy, że odpowiedni impuls typu “echo” stosowany w eksperymentach [171, 172], pozwala wygenerować stan gazu, w którym występują wysoce niestandardowe korelacje między rydbergowskimi atomami — najczęściej oddalone są one od siebie o dość dobrze określoną odległość. Taki efekt kreacji par jest najbardziej widoczny dla niskich gęstości, co jest ciekawą analogią do przypadku atomów rozproszonych przy zderzeniu kondensatów.

Pod względem dynamiki układ, który badaliśmy, ma wiele wspólnego z układem spinów omówionym w części 4.5: pojedyncze atomy mogą być w jednym z dwóch stanów, a hamiltonian układu wygodnie jest zapisać za pomocą operatorów spinu. Było by interesujące wrócić do tematu z nową, tym razem działającą metodą dla dynamiki wyprowadzoną później w [H9].

5.5 Kwantowa informacja

W trakcie doktoratu, prowadziłem także przez pewien czas badania nad tematami z kwantowej informacji, w okresie kiedy ta dziedzina była jeszcze “w powijakach” w porównaniu z jej stanem obecnym. Początkowo było to we współpracy z dr. Williamem Munro na Wydziale Fizyki w University of Queensland, później także z prof. Ryszardem Horodeckim z Gdańska i jego grupą.

Pierwsza seria badań dotyczyła właściwości kopiarek kwantowych. Wykazaliśmy, że mając niedoskonałe detektory i niedoskonałe kopiarki można jednak uzyskać więcej informacji o otrzymanym stanie za pomocą kilku detektorów i kopiarki, niż samym detektorem [P13]. Świadczy to o tym, że kopiarki kwantowe mogą być użyteczne pomimo twierdzenia *no-cloning*, które wykazało, że nie można skonstruować idealnej kopiarki [188]. Zostało to zbadane z większą dokładnością w dłuższym artykule [P15], gdzie braliśmy pod uwagę także możliwość ciemnych zliczeń w detektorze. Określone zostały parametry kwantowych kopiarek, które pomagają w detekcji i tych, które pogarszają dostępną informację. Kopiarka jest najbardziej użyteczna gdy wydajność detektora jest bardzo mała, a liczba ciemnych zliczeń jest znikoma.

W kolejnej pracy opisaliśmy transfer informacji pomiędzy stanem wejściowym a kopiami w różnych odmianach kopiarek kwantowych [P14]. Określiliśmy właściwości optymalnych kopiarek pod względem ich dostosowania do kilku sposobów kodowania sygnału — w jednym lub większej liczbie kolejnych stanów. Jednym z głównych wyników był wniosek, że gdy informacja jest kodowana i odbierana w pojedynczych stanach, kopiarka rodzaju Wooters-Zurek jest optymalna [188, 189]. Określiliśmy także warunki dla optymalnego klonowania stanów, gdy wymagane jest aby kopie nie były ze sobą splątane.

Następnie, badaliśmy kryteria separowalności dla układów, których lokalne podukłady zawierają więcej ($d > 2$) wewnętrznych stanów niż qubit. Stąd tytuł jednego z artykułów “qudit entanglement” [P17] w odróżnieniu od “qubit”. W [P16] badaliśmy minimalną wartość ilości szumu (maksymalnie mieszanego stanu), którą trzeba dodać do maksymalnie splątanych stanów typu GHZ aby powstała separowalny stan mieszany. Nasze ograniczenia na tę wartość były mocniejsze niż we wcześniejszych pracach [190, 191]. Szczególnie ciekawe było skonstruowanie wykładniczego skalowania wymaganej zawartości szumu z liczbą podukładów do wielomianowego skalowania z rozmiarem przestrzeni Hilberta w podukładach, d . W [P17] obliczyliśmy ograniczenia na wielkość obszaru parametrów wypełnionego separowalnymi stanami w okolicy maksymalnie separowalnego (mieszanego) stanu, biorąc pod uwagę zarówno dowolną liczbę podukładów, jak i (co najważniejsze) dowolną liczbę d lokalnych stanów.

Badania, w których uczestniczyłem w grupie badawczej Horodeckich [P20] miały na celu lepsze scharakteryzowanie splątania w układach z $d > 2$. Konkretnie, podczas gdy w dwuczłonowym układzie qubitów splątanie jest w pełni scharakteryzowane przez jedną liczbę zwana (nieco niefortunnie) konkurencją (*concurrence*) wykazaliśmy, że dla $d > 2$ większa liczba parametrów jest potrzebna. W konsekwencji, wprowadziliśmy wieloelementowe uogólnienie konkurencji dla wielowymiarowych dwuczłonowych układów i rozważaliśmy jej znaczenie dla określenia splątania. Na jej podstawie wskazaliśmy na obiekt *biconcurrence*, którego ślad jest jednoznaczny wyznacznikiem obecności splątania. W tym czasie, było to najprostsze jednoznaczne kryterium na obecność splątania w ogólnych dwuczłonowych układach.

5.6 Badanie wytrzymałości drewnianych słupów elektrycznych w trakcie użytkowania

W latach 2002-2005, równoległe z kontynuacją badań z fizyki omawianych powyżej, pracowałem dla rodzinnej firmy Deuar Pty. Ltd. z Brisbane. Jest to kilkusobowa firma badawczo-inżynierska założona i prowadzona przez mojego ojca, dr. Krzysztofa Deuara. Firma zajmuje się precyzyjnym badaniem wytrzymałości stojących słupów elektrycznych (przeważnie drewnianych) w trakcie ich normalnego użytku. Specjalistyczna metoda i sprzęt do tych badań zostały wynalezione w ramach działalno-

ści firmy i zostały opatentowane w wielu krajach świata (Australia, USA, Kanada, Europa i in.). Firma jest obecna na rynku od ponad 25 lat. Duża część jej działalności polega na dalszej pracy badawczo-rozwojowej w doskonaleniu sprzętu i metody badań, a firma oraz Krzysztof Deuar są uznani za światowych ekspertów w tej dziedzinie.

Uczestniczyłem w badawczej oraz w pewnym stopniu komercyjnej, działalności firmy. Badania były prowadzone w ramach australijskiego grantu badawczego AusIndustry R&D Start Agreement pt. "Integrated System for comprehensive testing of in-situ Power Poles for strength and longevity" w latach (2003-2005).

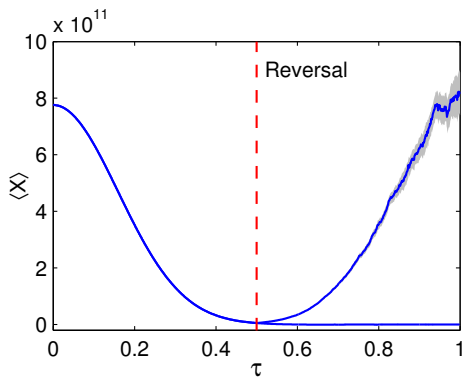
W skrócie, metoda MPT (*mechanical pole testing*), której jeden wariant jest przedstawiony na Rys. 22, polega na przyłożeniu sprzętu hydraulicznego do słupa, z kontaktem w dwóch lub trzech miejscach: przy ziemi oraz na wysokościach około 1.2 m nad ziemią i 0.5 m pod ziemią (w niektórych wersjach). Siła rzędu $10^4 - 10^5$ N jest przykładana w różnych sekwencjach, aby naprężyć słup. Pomiar rotacji lokalnego odcinka słupa względem pola grawitacyjnego jest wykonany na kilku wysokościach jednocześnie. Moduł Younga drewna jest obliczany na podstawie wartości pomiarów, siły przykładowej, geometrii przyłożenia i zestawu przewodów przy szczycie słupa. Kilka naprężeń w odpowiedniej sekwencji jest wykonywanych aby jak najbardziej wyeliminować nieznane parametry gruntu. Słup jest naprężany na prawie całej długości ponieważ działają także dwie siły reakcyjne: reakcja od ziemi oraz od przewodów zawieszonych przy szczycie słupa. Do pomiarów używane są kątomierze elektroniczne o precyzji do 0.001 stopni. Obliczenie jest wykonywane przez dedykowane oprogramowanie zainstalowane na ręcznym komputerze, na podstawie danych o słupie i przebiegu badania podanych przez operatora lub odczytanych automatycznie przez sprzęt mierniczy podczas cyklu naprężeń. Układ słupa, a szczególnie przewodów, jest brany pod uwagę przy obliczaniu jego wymaganej wytrzymałości. Po obliczeniu modułu Younga, znana korelacja z końcową wytrzymałością materiału, zależna od gatunku drewna i kilku innych parametrów, jest wykorzystana do oszacowania faktycznej wytrzymałości słupa.

Badania są prowadzone na słupach w normalnym użytku, czyli stojących w ziemi i pod napięciem, ale metoda została także zaadaptowana do pomiaru wytrzymałości nowych słupów leżących, jeszcze przed osadzeniem w ziemi.

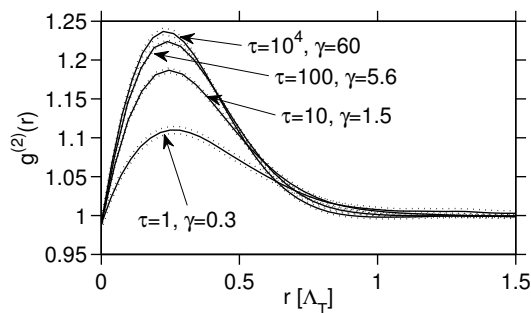
Największa sztuka polega na tym, aby korzystać z ograniczonej liczby miejsc pomiarowych na słupie, a jednak uzyskać poprawny (a w szczególności nie przeszacowany) wynik z wymaganą dokładnością. Większa liczba pomiarów wiąże się z dłuższym czasem badania, a co za tym idzie powiększonymi kosztami. Bardzo ważne jest także, aby sprzęt był dostatecznie lekki, by móc go zanieść do słupów w niewygodnej lub odległej od dróg lokalizacji (co jest częste). Równie ważne jest żeby końcowa procedura była dostatecznie prosta, aby osoba bez wykształcenia inżynierskiego mogła się jej nauczyć podczas kilkutygodniowego szkolenia (zazwyczaj są to pracownicy firmy energetyczno-przesyłowej).

Metoda ta jest znacznie bardziej precyzyjna od powszechnie stosowanej "tradycyjnej", polegającej na oszacowaniu próchnicy wewnątrz słupa poprzez pukanie młotkiem, bądź jej wykrywaniem za pomocą wierceń. Jest także wyraźnie dokładniejsza niż inne wyrafinowane podejścia, jak badanie struktury wnętrza słupa ultradźwiękami. Jej większa wiarygodność została wykazana w próbach porównawczych prowadzonych przez niezależne ośrodki badawcze w kilku krajach. Metoda jest jednak znacznie droższa jednostkowo, co ogranicza masowe stosowanie w typowych przypadkach, kiedy bezpieczeństwo słupów nie jest traktowane szczególnie priorytetowo. Z analiz ekonomicznych wynika, że oszczędności z powodu wydłużenia średniego czasu eksploatacji słupów pojawiają się po 5-10 latach jej stosowania.

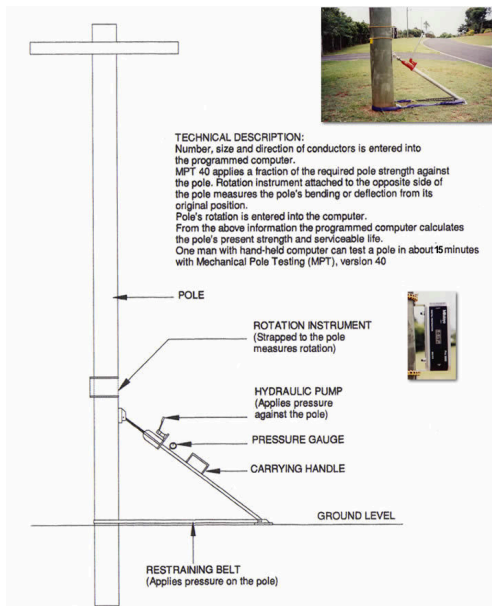
Miałem udział badawczy w kilku aspektach rozwoju metody oraz dostosowywaniu wariantów dla poszczególnych klientów (firmy energetyczne lub przesyłowe). Zdecydowanie największy nacisk w mojej pracy położony był na numeryczne i analityczne modelowanie naprężeń słupa i gruntu podczas badań. Szczególnie chodziło o optymalizację sekwencji naprężeń i pomiarów w trakcie badania słupa, aby w miarę możliwości wyeliminować wpływ wytrzymałości gruntu. Jest on ogólnie bardzo trudny do oszacowania lub zmierzenia i stanowi jedno z dwóch największych źródeł niepewności w analizie (drugim jest niedoskonała korelacja pomiędzy modułem Younga drewna a końcową wytrzymałością).



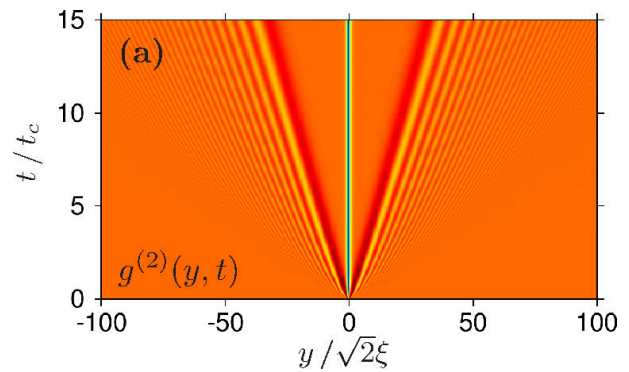
Rysunek 20: [P24] Koherencja $\langle X \rangle \leq \sqrt{N}$ dla anharmonicznego oscylatora z liczbą $N = 6.022 \times 10^{23}$ atomów. Dla górnej krzywej, znak oddziaływania był odwrócony po czasie $\tau = 0.5$.



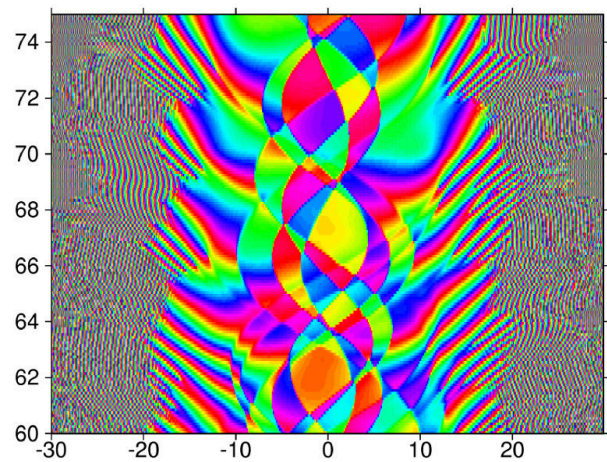
Rysunek 21: [P29] Przestrzenne korelacje gęstości w jednorodnym gazie bozonowym, pokazujące występowanie maksymalnej korelacji na pewnej odległości.



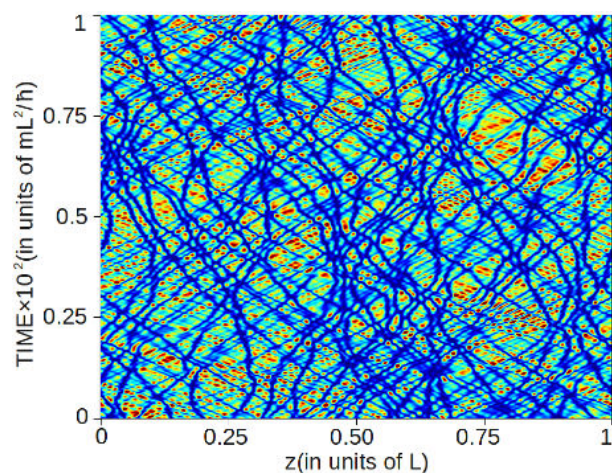
Rysunek 22: Schemat mechanicznych badań wytrzymałości słupów elektrycznych (MPT). [Deuar Pty. Ltd.]



Rysunek 23: [P36] Korelacje gęstości po skoku nieadiabaticznym w jednowymiarowym gazie.



Rysunek 24: [P32] Domeny fazowe w jednowymiarowym gazie, w pewnym czasie po wykonaniu szybkiego chłodzenia przez odparowywanie.



Rysunek 25: [P33] Spontaniczne solitony w równowadze termicznej jednorodnego gazu jednowymiarowego.

5.7 Skok nieadiabatyczny (*quantum quench*) w kondensatach

Wstępne obliczenia ewolucji jednorodnego jednowymiarowego gazu przy okazji testów metody [P25] zwróciły uwagę na ciekawe zjawisko w obserwowanych korelacjach: podczas gdy średnia gęstość była niezmienną, powstały fale korelacji gęstości poruszające się z około dwukrotną prędkością dźwięku. Ponieważ wybraliśmy koherentny stan początkowy będący stanem podstawowym gazu bez oddziaływań, a w późniejszych czasach hamiltonian (2) zawiera niezerowe oddziaływanie, była to realizacja tzw. *quantum quench* (nieadiabatycznego skoku parametrów, lub kwantowego ugaszenia).

Zjawisko *quantum quench* występuje, gdy zmiany w zewnętrznie-sterowanych parametrach układu są zbyt szybkie, aby układ mógł zareagować adiabaticznie. W dziedzinie zimnych gazów jest to zjawisko bardzo częste – występuje, na przykład, podczas zmian właściwości pułapki w okresie przygotowywania gazu, lub pod wpływem rezonansów Feshbacha i zmian szerokości pułapek dla gazów w jednym lub dwóch wymiarach. Zmiana może być kontrolowana lub spontaniczna, np. podczas procesu przygotowania stanu początkowego kiedy raptowne impulsy laserowe są używane aby wprowadzić atomy w pożądaną stan nadsubtelny. Spodziewamy się, że te efekty powinny być obecne w wielu istniejących eksperymentach z kwazikondensatami w 1D, lecz typowa rozdzielczość jest nieco za mała, aby zostały zauważone bez specjalnego przygotowania.

Badania dynamiki korelacji po skoku nieadiabatycznym nasiliły się ostatnio za sprawą kilku eksperymentów w silniej oddziałujących układach [10–14], gdzie ewolucja korelacji została zmierzona.

W artykule [P36] (obecnie złożonym do *Physical Review Letters*), badaliśmy korelacje fazy i gęstości w rozrzedzonych jednorodnych gazach bozonowych ze standardowym hamiltonianem (2) za pomocą teorii Bogoliubowa. Są one spowodowane produkcją par atomów o przeciwbieżnych pędach. Uzyskaliśmy ich uniwersalną formę dla wszystkich czasów po wstępnym skoku oddziaływania. Skupiliśmy się raczej na rozrzedzonych nadciekłych gazach, które odpowiadają eksperymentom w szerokich pułapkach w stanie nadciekłym, takich jak [14, 15, 200, 201], niż tych w głębokim sieciach optycznych, które są bliżej stanu izolatora Motta [10, 11]. Pierwszą nowością tych badań było to, że uzyskaliśmy wyniki w tym samym przybliżeniu w jednym, dwóch, jak i trzech wymiarach, co pozwala jednoznacznie porównać te przypadki. Przykładowo, korelacje gęstości w 1D są pokazane na Rys. 23. We wszystkich przypadkach są dwa podstawowe obszary przestrzenne:

- *Czasopodobny*: dla punktów dostatecznie bliskich aby korelacja podróżująca z dwukrotną prędkością dźwięku zdołała do nich dotrzeć od momentu ugaszenia. Tu widać brak korelacji gęstości poza lokalnym odpychaniem na odległości zablźniania ξ , podczas gdy korelacje fazy opadają z zależnością odpowiednią dla wymiarowości (liniowo w 1D, logarytmicznie w 2D, lokalnie wykładniczo do stałego niezerowego poziomu dla 3D).
- *Przestrzennopodobne*: dla bardziej odległych regionów przestrzeni. Tu brak korelacji gęstości poza słabymi krótkofalowymi oscylacjami, podczas gdy korelacja fazy jest stała w przestrzeni, ale miarowo spadająca w czasie na tym samym poziomie, który jest osiągnięty przy głównym froncie dźwiękowym.
- Na granicy pomiędzy tymi rejonami występuje fala korelacji gęstości (oraz pewne mniej wyraźne oscylacje w korelacji fazy).

Część tych korelacji była znana wcześniej dla szczególnych przypadków [192, 193], lub dla mocnych oddziaływań w jednym wymiarze, które odpowiadają silnie zfermionizowanemu układowi [194–199]. Natomiast w naszej pracy obejmujemy ogólny przypadek gazu w zakresie nadciekłym i uzyskaliśmy użyteczne związane wyrażenia dla większości interesujących czasów i odległości, które będą stanowić łatwy punkt odniesienia dla pomiarów tego zjawiska.

Wiedza o właściwościach w gazie jednorodnym jest także bardzo pożyteczna dla realistycznych niejednorodnych chmur, pod warunkiem, że średnia gęstość nie zmienia się istotnie na skali długo-

ści rzędu ξ . Takie przybliżenie lokalnej gęstości jest bardzo skuteczne w wielu przypadkach, np. w jednowymiarowym gazie [201].

Najpilniejszym i najważniejszym elementem badań było wykazanie, że te korelacje gęstości mogą być zaobserwowane *in situ*, nawet gdy rozdzielczość jest znacznie gorsza niż długość zablizniania ξ . Okazało się, że w takim przypadku z całego ciągu fal korelacji w 1D zostaje jedynie główna fala przemieszczająca się z prędkością dwóch prędkości dźwięku. Jej szerokość rośnie w czasie jak $t^{1/3}$. To oznacza, że jeżeli fale mogą propagować się dostatecznie daleko przed dotarciem do brzegu chmury, to staną się widoczne nawet przy dostępnej rozdzielczości.

Analizowaliśmy przykłady dwóch współczesnych eksperymentów: Jörga Schmiedmayera w Wiedniu [14,15] i Isabeli Bouchoule w Palaiseau [200,201]. W obu przypadkach obliczyliśmy, że rozdzielczość i rozmiar chmury są wystarczające aby fale korelacji stały się widoczne po uśrednieniu około 1000-2000 realizacji. Pozwoliło by to na bezpośrednie obserwacje par atomów *in situ* w spulapkowanym gazie, w odróżnieniu od obserwacji jedynie ich poszlak w rozkładzie rozrzedzonych atomów po ekspansji, jak było możliwe dotychczas np. w zderzeniach kondensatów.

5.8 Szare i termiczne solitony w jednowymiarowych gazach bozonowych

Ważną działką moich badań w ostatnich trzech latach była analiza ciemnych solitonów w jednowymiarowym gazie i ich degradacja bądź powstawanie w wyniku spontanicznych lub termicznych procesów. Ciemne solitony są długotrwałymi ubytkami w chmurze gazu mającymi dobrze określoną relację pomiędzy głębokością, prędkością i skokiem fazy oraz mające odporność na wzajemne zderzenia i umiarkowane zmiany gazu otaczającego.

Podobnie jak korelacje dwucząstkowe, solitony w tych układach są na granicy widzialności, bo także mają typową szerokość rzędu długości zablizniania. W efekcie, podczas gdy zewnętrznie wygenerowane solitony były widziane już 10 lat temu [202,203], naturalnie powstające solitony, które nie mają z góry znanej lokalizacji są o wiele bardziej nieuchwytnie. Po uśrednieniu realizacji nie pozostaje po nich żaden ślad. Spontaniczne, naturalnie powstające solitony też są wyjątkowo ciekawym zjawiskiem dynamicznym w mechanice kwantowej. Są koronnym przykładem zjawiska, które nie może być zauważone poprzez badanie jedynie niskich korelacji. Widoczne są jedynie po wglądzie w pełną statystykę pojedynczych realizacji. Takie podejście do kwantowych układów zwróciło większą uwagę badaczy w naszej dziedzinie dopiero kilka lat temu [5,15]. Szczęśliwie, najnowsze postępy w technikach eksperymentalnych pozwalają osiągnąć rozdzielczość nieodległą od szerokości solitonu *in situ* [2,5,15,16,21].

Solitony a dwucząstkowe korelacje: Początkowe badania dotyczące tej tematyki rozpocząłem po zobaczeniu prac z grupy Lincolna Carra [204,205] badającej wypełnianie (“szarzenie” się) czarnych solitonów pod wpływem ewolucji kwantowej. Podczas gdy wypełnianie się i poszerzanie w czasie dołka gęstości i korelacji gęstości wykazane w tych artykułach były jednoznaczne, to interpretacja jakoby wypełnianie się dołka dwucząstkowych korelacji świadczyła o wypełnianiu się samych solitonów wydawała się mi niedorzeczna, gdyż znałem wcześniejszą pracę Jacka Dziarmagi i Krzysztofa Sachy z UJ. Wykazywała ona, że profil średniej gęstości wokół solitonu niekoniecznie odpowiada kształtowi samego solitonu w pojedynczych realizacjach [206]. Wskazywała ona raczej, że powodem takiego szerokiego obniżenia średniej gęstości mogą być głębokie solitony z losowo fluktuującym położeniem. Po wspólnych dyskusjach na ten temat z JD i KS, opublikowaliśmy w Phys. Rev. Lett. komentarz do artykułu L. Carra [204], w którym podaliśmy kontrprzykład. Tam, głębokie solitony o normalnej wąskiej szerokości, ale rozmieszczone z fluktuującym położeniem powodowały szerokie obniżenia w korelacjach gęstości [P31]. Profil tych korelacji w żadnym stopniu nie odpowiadał profilowi typowego dołka w jednej realizacji. Wykazało to jednoznacznie, że korelacje dwucząstkowe nie świadczą o obecności solitonów. Wytłumaczenie tego nieco nieintuicyjnego wyniku jest takie, że dołek solitonowy wypycha w typowych warunkach znacznie więcej niż dwa atomy, więc dopiero dostatecznie wysokie

korelacje są zdolne wykazać jego obecność lub dać informacje o jego właściwościach. Przykładowo, w [P31] solitony powodowały nawet *maximum* w korelacjach dwucząstkowych z powodu wzmocnionych fluktuacji, gdy powstaje możliwość trafienia na bardzo niską gęstość na dnie solitonu.

Niedawny artykuł wykazał po raz pierwszy, za pomocą analizy pojedynczych realizacji wziętych z obliczenia typu DMRG, że spontaniczna kwantowa ewolucja ciemnego solitonu polega na losowych fluktuacjach położenia, a nie na wypełnianiu i szarzeniu dołka solitonowego [207].

Dalsze badania solitonów prowadzę w ramach większej współpracy (w składzie: Kazimierz Rzążewski, Mariusz Gajda, Mirosław Brewczyk, Tomasz Karpiuk, Emilia Witkowska, Przemysław Bienias, Krzysztof Pawłowski) Dotychczas ta współpraca zaowocowała dwoma artykułami w Phys. Rev. Lett., do których miałem znaczący wkład.

Solitony powstające podczas chłodzenia gazu: W [P32] opisaliśmy badania nad dynamiką chłodzenia ultrazimnego gazu bozonów przez odparowywanie. Był to pierwszy w miarę realistyczny model numeryczny tego procesu zdolny opisać dynamikę w długich przedziałach czasowych. Metoda chłodzenia przez odparowywanie jest stosowana w eksperymentach od zarania badań nad gazami kwantowymi, lecz symulacja dynamiki samego chłodzenia do końca jego przebiegu była poprzednio trudna do osiągnięcia.

Obliczyliśmy dynamikę chłodzenia przez odparowywanie w jednowymiarowym gazie bozonowym, w sytuacjach gdy stanami końcowymi w pułapce są kondensaty lub kwazikondensaty o różnych temperaturach i długościach koherencji. Do obliczeń używaliśmy metody pól klasycznych [18, 19] wraz z losowaniem stanu początkowego o wysokiej temperaturze za pomocą algorytmu Monte Carlo [208].

Potwierdziliśmy wcześniejsze podejrzenia [209], że solitony są tworzone podczas chłodzenia oraz, że produkcja ta ma początkowo cechy mechanizmu Kibbla-Żurka [209–214]. Jednakże, późniejsza ewolucja powoduje dyssypację części lub wszystkich solitonów. W przypadku wolnego chłodzenia, zanik ostatniego solitonu zbiega się w czasie z powstaniem prawdziwego kondensatu.

Dla szybszych chłodzeń, uzyskujemy początkowo stan metastabilny składający się z chmury o gładkim profilu gęstości poprzecinany przez solitony, które odgryniają wyraźne domeny fazowe. Wykres (Rys. 24) domen fazowych z tej pracy został wybrany na okładkę Phys. Rev. Lett. Solitony te przekształcają się później po odpowiednim okresie termalizacji w równowagowe fluktuacje poprzez dyssypację, a chmura osiąga stan końcowy kwazikondensatu o temperaturze z grubsza zależnej od liczby początkowych solitonów.

Jednym z niespodziewanych wyników była obserwacja, że mimo takiej dyssypacji, ślad początkowych solitonów pozostaje w korelacjach fazy, które w zasadzie nie zmieniają się podczas późniejszej ewolucji, tylko są generowane zespół pojedynczych realizacji o innych właściwościach. Długość koherencji w końcowym kwazikondensacie powstałym pod koniec chłodzenia jest praktycznie niezmienna w porównaniu z tą obliczoną we wczesnym solitonowym stanie. Wykazaliśmy także, że w tym wczesnym stanie odpowiada ona średniej odległości między głębokimi solitonami, które są wtedy odpowiedzialne za prawie całą zmienność fazy. Tak więc solitony mogą być uważane za wczesne stadium późniejszych równowagowych fluktuacji fazy.

Faza solitonowa w stanie równowagi termicznej: W badaniach opublikowanych w [P33], odkryliśmy, że solitony występują powszechnie w stanie równowagi termodynamicznej w wydłużonych, ultrazimnych gazach bozonowych. Można to interpretować jako istnienie nowej fazy o niepodjęzewanym dotąd właściwościach: fazy solitonowej.

Dane z wcześniejszych badań chłodzenia ([P32]) pokazały, że po długich czasach, dla przypadków kiedy końcowy kwazikondensat ma stosunkowo wysokie temperatury, solitony zarówno zanikały jak i powstawały z ubiegiem czasu. Na tej podstawie nabraliśmy podejrzenia, że solitony mogą być naturalnym składnikiem stanu równowagi termicznej, co nie było znane poprzednio.

Policzyliśmy ewolucję pojedynczych realizacji z zespołu termicznego [208], ale tym razem bez żadnych zmian potencjału pułapkującego. Stwierdziliśmy, że solitony występują pospolicie i licznie w kwa-

ziskondensacie (Rys. 25). Występują one bez potrzeby jakiegokolwiek perturbacji zewnętrznej. Głębokie solitony widziane są w szerokim zakresie temperatur powyżej temperatury potencjału chemicznego $k_B T \sim \mu$, która odpowiada przejściu z kwantowego do termicznego kwazikondensatu. Górna granica temperatury występowania wydaje się leżeć głęboko w zakresie zdegenerowanego gazu kwantowego. Skala temperatury μ (typowa dla wielu eksperymentów) świadczy, że solitony mogą występować masowo w istniejących eksperymentach, lecz nie zostały one zauważone jedynie z powodu ograniczonej rozdzielczości i czułości aparatury pomiarowej. Inne niedawne badania niektórych zjawisk dynamicznych również wykazują łatwość powstawania solitonów, gdy gaz jest gwałtownie zaburzony [215, 216], co także wskazuje na to, że solitony są tam naturalnym i łatwo wytwarzanym zjawiskiem.

Nasze symulacje zawierały spontanicznie powstające solitony zarówno w równomiernym jak i spulapkowanym gazie jednowymiarowym, a także w wydłużonym gazie w pełnej, trójwymiarowej przestrzeni. W niskich temperaturach poniżej μ , występują jedynie płytkie szare solitony trudne do odróżnienia od innych wzbudzeń.

W szczególności, zbadaliśmy relacje energii i pędu dla obserwowanych dołków gęstości i przez porównanie ze znanymi krzywymi dyspersyjnymi [218, 219], potwierdziliśmy interpretacje tych dołków jako solitonów. Co istotne, potwierdzono także ich interpretacje jako wzbudzenia Lieba typu II [217], co było poprzednio podejrzewane [218–221], lecz nie zostało nigdy zademonstrowane w stanie termicznym. Stan równowagi termicznej w gazach jednowymiarowych może zatem być interpretowany jako niezwykle przypadek koegzystencji bozonowych wzbudzeń dwóch rodzajów – fononów Bogoliubowa oraz wzbudzeń Lieba typu II. Faktycznie, w symulacjach, obok solitonów widać także wiele wzbudzeń niesolitonowych.

Co więcej, wykazaliśmy obecność bardzo znacznych fluktuacji gęstości (do 40%) w stanie kwazikondensatu. Dotychczas uważano, że jest on wystarczająco dobrze opisany przez same fluktuacje fazy, jak to zostało ujęte w modelu Petrova i Shlyapnikova [143, 222]. Przyczyną rozbieżności oraz braku wcześniejszego jednoznacznego jej rozpoznania jest fakt, że fluktuacje gęstości i fazy są tu słabo sprzężone. Gęstość fluktuuje na skali przestrzennej rzędu długości zablizniania, która jest trudna do zaobserwowania eksperymentalnie. Zatem, dotychczasowe eksperymenty były dostatecznie opisane prostym modelem fluktuacji fazy.

Nasze wyniki są ilościowo bliskie do poziomu termicznych fluktuacji wyliczonych z dokładnego modelu Yanga i Yanga [186] po uwzględnieniu poprawki odejmującej szum śrutowy, który nie może być opisany metodą pól klasycznych. Potwierdzono zatem zgodność obliczeń termicznych fluktuacji gęstości metodą pól klasycznych z dokładnym rozwiązaniem Yanga i Yanga dla lokalnej gęstości. Jest to istotny test poprawności metody pól klasycznych, albowiem zależy od odstępstw od gazu idealnego w stopniu znacznie mocniejszym niż poprzednie porównania.

Opisaliśmy dwa sposoby, uzyskania eksperymentalnego potwierdzenia obecności solitonów w gazie pomimo niewystarczającej eksperymentalnej rozdzielczości do wypatrzenia pojedynczego dołku solitona *in situ*. Jeden polega na zliczaniu dołków gęstości tylko na samych brzegach chmury, gdzie solitony są względnie głębsze a zarazem szersze (metoda wyłapuje jedynie solitony, które mogą dotrzeć tak blisko brzegu chmury). Drugi sposób polega na analizie statystyki skoków fazy w chmurze – gaussowski rozkład świadczy o braku głębokich solitonów (pochodzi on jedynie z dodawania wielu małych przesunięć fazy spowodowanych fononami), podczas gdy rozkład z wyraźnie dłuższymi ogonami świadczy już o obecności solitonów. To kryterium jest odporne na stratę rozdzielczości, nawet gdy ona jest wielokrotnie większa od szerokości pojedynczego solitonu.

Ogólnie, nasze odkrycie fazy solitonowej spotkało się z dość dużym zainteresowaniem środowiska.

6 Pozostały dorobek naukowo-badawczy

6.1 Kierownik projektów badawczych

- VII 2013 – VII 2018 **Grant NCN nr. 2012/07/E/ST2/01389**
Procesy spontaniczne w ultrazimnych gazach o niezerowej temperaturze.
(1458K PLN \approx 350K €)
- XII 2010 – III 2013 **Grant MNiSW nr. 1697/7PRUE/2010/7**
Charakteryzacja podstawowych elementów dynamiki kondensatów Bosego-Einsteina poza przybliżeniem pola średniego.
(239K PLN \approx 60K €)
- IX 2010 – VIII 2012 **Grant NCN nr. N N202 128539**
Dynamiczne zmiany koherencji w gazach kwantowych.
(169K PLN \approx 42K €)
- IV 2010 – III 2013 **E.U. 7th Framework program research grant PERG06-GA-2009-256291**
Quantum Dynamics.
(45K €)
- IV 2007 – III 2009 **Marie Curie Intra-European Fellowship MEIF-CT-2006-041390**
QuantumGases.
(152K €)
- II 2001 – IV 2001 **University of Queensland Graduate School Research Travelling Award.**
Na wyjazd badawczy do Prof. Keitha Burnetta z Oxford University i do Prof. Ryszarda Horodeckiego na Uniwersytecie Gdańskim.
(5K AU\$ \approx 4K €)

Partner w zagranicznych projektach badawczych:

- I 2013 – XII 2015 **Australian Research Council (ARC), project nr. DP130100949**
Quantum properties of high-spin ultra-cold matter.
2 Chief Investigators (Swinburne University of Technology),
1 Partner Investigator z IF PAN
(20K AU\$ \approx 14K € na współpracę z Polską w ramach projektu)

6.2 Nagrody za działalność naukową

6 XII 2010 r.

Nagroda im. Stefana Pieńkowskiego Wydziału III Nauk Matematycznych, Fizycznych i Chemicznych PAN, w dziedzinie fizyki w roku 2010.

Za cykl prac dotyczących ultrazimnych gazów bozonowych.

(Dotyczy prac [H1,H2,H3,P29] według obecnej numeracji).

6.3 Wystąpienia konferencyjne

Zob. http://info.ifpan.edu.pl/~deuar/talks/talks_deuar.html

6.3.1 Zaproszone referaty

1. *Complete quantum dynamics of bosons and spins in phase-space with the help of noise*,
P. Deuar,
Advances in time-dependent methods for quantum many-body systems, (ECT*, Trento, Italy, 14-18 October 2013).
2. *Nonclassical atom pairs in collisions of Bose-Einstein condensates*,
P. Deuar,
2nd Poznan Workshop on Quantum Engineering, Quantum Information, and Semi-Quantum Biology (QEIB2012) (Poznan, Poland, 16-18 October 2012).
3. *Violation of the Cauchy-Schwarz inequality with matter waves*,
P. Deuar,
Quantum Technologies Conference III (Warsaw, Poland, 10-14 September 2012).
4. *Quantum dynamics of correlated atom pairs using the positive-P method*,
P. Deuar,
Workshop “Correlated atomic pairs” (Palaiseau, France, 2-3 April 2012).
5. *Bogoliubov quantum dynamics at $T \geq 0$ (even without a condensate)*,
P. Deuar,
FINESS 2011 Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems (Heidelberg, Germany, 18-21 September 2011).
6. *Simulations of incoherent atom dynamics in supersonic BEC collisions*,
P. Deuar,
CIGMA Workshop (TU Darmstadt, Darmstadt, Germany, 18-19 February 2010).
7. *The superfluidity of dipolar Fermi gases*,
P. Deuar,
Quantum Optics VII conference (Zakopane, Poland, 8-12 June 2009).
8. *Excitations of ultracold Fermi dipolar gases*,
P. Deuar
Workshop on Dipolar Quantum Gases (Université Paris-Nord XIII, Villetaneuse, France, 25 June 2008).

6.3.2 Pozostałe referaty

9. *Solitons as the early stage of quasicondensate formation during evaporative cooling*,
P. Deuar, E. Witkowska, M. Gajda, K. Rzażewski,
DAMOP11 Meeting of the American Physical Society (Atlanta, GA, USA, 13-17 June 2011).
10. *Solitons as the early stage of quasicondensate formation during evaporative cooling*,
P. Deuar, E. Witkowska, M. Gajda, K. Rzażewski,
LPHYS’11 20th International Laser Physics Workshop (Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 11-15 July 2011).

11. *Superfluid excitations of dipolar Fermi gases*,
P. Deuar, M. A. Baranov, G. V. Shlyapnikov,
 March Meeting of the American Physical Society (Pittsburgh, PA, USA, 16-20 March, 2009).
12. *Excitations in dipolar Fermi gases below BCS critical temperature*,
P. Deuar, M.A. Baranov, G.V. Shlyapnikov,
 LPHYS'08 17th International Laser Physics Workshop (NTNU, Trondheim, Norway, 30 June – 4 July 2008).
13. *A controlled transition from classical field simulations to full quantum dynamics*,
P. Deuar,
 DAMOP08 Meeting of the American Physical Society (Pennsylvania State University, State College, PA, USA, 27-31 May 2008).
14. *Simulating the quantum dynamics and correlations of many interacting bosons beyond the GP equation*,
P. Deuar, P. D. Drummond,
 International Workshop “Quantum Gases” 2007 (Institut Henri Poincaré, Paris, France, 23 April - 20 July 2007).
15. *First-principles simulation of interacting Bose gases using stochastic gauges*,
P. Deuar, P. D. Drummond and K. V. Kheruntsyan,
 Quantum Limited Atom Optics workshop (Hannover, Germany, 8-12 March 2004).
16. *First-principles simulations of Bose gases using stochastic gauges*,
P. Deuar, P. D. Drummond, and K. V. Kheruntsyan,
 Soliton and many-body quantum simulations workshop (Veilbronn, Germany, 11-12 December 2002).
17. *First-principles simulations of 1D Bose gases using stochastic gauges*,
P. Deuar, P. D. Drummond, and K. V. Kheruntsyan,
 ACOLS 2001 Australasian Conference on Optics, Lasers and Spectroscopy (Brisbane, Australia, 3-6 December 2001).

6.3.3 Prezentacje posterowe

18. *Quantum quenches of dilute Bose gases in 1D, 2D, 3D, at zero and finite temperatures*,
 T. Świsłocki, M. Stobińska, **P. Deuar**,
 FINES 2011 Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems (Queenstown, New Zealand, 16-20 February 2013).
19. *Spontaneous solitons in the thermal equilibrium of a quasi-one-dimensional Bose gas*,
P. Deuar, E. Witkowska, M. Gajda, T. Karpiuk, M. Brewczyk, P. Bienias, K. Pawłowski, K. Rzążewski,
 Dynamics and Thermodynamics in Isolated Quantum Systems (KITP, Santa Barbara, USA, 20-24 August 2012).

20. *Spontaneous solitons in the thermal equilibrium of a quasi-one-dimensional Bose gas*,
P. Deuar, E. Witkowska, M. Gajda, T. Karpiuk, M. Brewczyk, P. Bienias, K. Pawłowski, K. Rzążewski,
 Lyon BEC 2012 Theory of Quantum Gases and Quantum Coherence (Lyon, France, 5-8 June 2012).
21. *Tractable Bogoliubov dynamics of non-equilibrium systems in a positive- P representation*,
P. Deuar, K. V. Kheruntsyan, M. Trippenbach, P. Ziń,
 EuroQUAM 2010 Cold Quantum Matter Achievements and Prospects (Ischgl, Austria, 12-16 September 2010).
22. *Obtaining complete quantum dynamics via a controlled extrapolation from semiclassical methods*,
P. Deuar,
 FINES 2009 Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems (Durham, UK, 14-17 September 2009).
23. *Superfluidity and excitations in fermionic dipolar gases*,
P. Deuar, M. A. Baranov, G. V. Shlyapnikov,
 Conference on Research Frontiers in Ultra-Cold Atoms (ICTP, Trieste, Italy, 4-8 May 2009).
24. *Superfluidity and excitations in fermionic dipolar gases*,
P. Deuar, M.A. Baranov, G.V. Shlyapnikov,
 Frontiers of degenerate quantum gases conference (Tsinghua University, Beijing, China, 20-24 October 2008).
25. *A controlled transition from semiclassical to complete quantum dynamics for atomic gases*,
P. Deuar,
 Frontiers of degenerate quantum gases conference (Tsinghua University, Beijing, China, 20-24 October 2008).
26. *Correlations in 1D Bose gases at ranges shorter than “long”*,
P. Deuar, K.V. Kheruntsyan, P.D. Drummond,
 LT25 25th International Conference on Low Temperature Physics (Amsterdam, Netherlands, 6-13 August 2008).
27. *First-principles quantum dynamics of a colliding BEC with 150 000 atoms*,
P. Deuar, P. D. Drummond,
 Quantum Optics VI (Krynica, Poland, 13-18 June 2005).
28. *Stochastic gauges in quantum dynamics for many-body simulations*,
P. Deuar, P. D. Drummond,
 CCP 2000 Conference on Computational Physics (Gold Coast, Australia, 3-8 December 2000).

6.3.4 Jako współautor (osoba prezentująca jest wyszczególniona ciemniejszym drukiem)

29. *Dark solitons in quasi one dimensional Bose gas*,
K. Rzażewski, M. Gajda, M. Brewczyk, P. Deuar, P. Bienias, K. Pawlowski, E. Witkowska, T. Karpiuk,
CQO X Rochester Conference on Coherence and Quantum Optics (Rochester NY, USA, 17-19 June 2013). Talk.
30. *Solitons as the early stage of quasicondensate formation during evaporative cooling*,
E. Witkowska, P. Deuar, M. Gajda, K. Rzażewski,
FINESS 2011 Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems (Heidelberg, Germany, 18-21 September 2011). Poster.
31. *Quantum atom optics with metastable helium: squeezing and phase matching*,
J-C. Jaskula, M. Bonneau, V. Krachmalnicoff, V. Leung, G. B. Partridge, **D. Boiron**, C. I. Westbrook, P. Deuar, P. Ziń, M. Trippenbach, K. V. Kheruntsyan,
EuroQUAM 2010 Cold Quantum Matter Achievements and Prospects (Ischgl, Austria, 12-16 September 2010). Poster.
32. *Ab initio simulations of collisions of Helium condensates*,
K. Kheruntsyan, P. Deuar, V. Krachmalnicoff, J-C. Jaskula, G. Partridge, M. Bonneau, D. Boiron. C.I. Westbrook,
FINESS 2009 Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems (Durham, UK, 14-17 September 2009). Poster.
33. *Excitation of Rydberg atoms in an ultracold gas by a rotary echo sequence*,
S. Wüster, C. Ates, T. Pohl, P. Deuar, J.F. Corney, J.M. Rost,
DPG 73rd Annual Meeting of the German Physical Society (Dresden, Germany, 22-27 March 2009). Poster.
34. *Stochastic gauge theory for quantum many-body problems*,
S. Wüster, C. Ates, T. Pohl, P. Deuar, J.F. Corney, J.-M. Rost,
International workshop on “Atomic Physics” (MPIPKS, Dresden, Germany, 24-28 November 2008). Poster.
35. *First-principles quantum dynamics with 150,000 atoms: Correlations in a BEC collision*,
P. Deuar, **P. D. Drummond**,
IQEC International Quantum Electronics Conference (Munich, Germany, 17-22 June 2007).
Poster.
36. *First-principles quantum simulations of interacting Bose gases*,
P. D. Drummond, P. Deuar,
CCP 2004 Conference on Computational Physics (Genoa, Italy 1-4 September 2004). Poster.
37. *Stochastic gauge: a new technique for quantum simulations*,
P. D. Drummond, P. Deuar, J. F. Corney, K. V. Kheruntsyan,
ICOLS 2003 16th International Conference on Laser Spectroscopy (Palm Cove, Australia, 13-18 July 2003). Talk.

38. *Stochastic gauge simulations of Bose gases*,
P. D. Drummond, P. Deuar, K. Kheruntsyan,
IQEC 2002 International Quantum Electronics Conference (Moscow, Russia, 22-28 June 2002).
Talk.
39. *Canonical ensembles using stochastic gauge equations*,
P. D. Drummond, P. Deuar,
2nd Mathematical Physics Winter Workshop (Coolangatta, Gold Coast, 5-8 July 2001). Talk.
40. *Entangling quantum copiers: An application to improving detection efficiency*,
W. J. Munro, P. Deuar,
QELS 2000 Quantum electronics and Laser Science Conference (San Francisco, California, USA,
7-12 May 2000). Poster.
41. *Contradiction of quantum mechanics with local hidden variables for quadrature phase amplitude measurements*,
M. D. Reid, P. Deuar, A. Gilchrist,
IQEC 1998 International Quantum Electronics Conference (San Francisco, California, USA, 3-8
May 1998). Talk.

6.4 Inne zaproszone wykłady (poza zakładem pracy)

- *Correlated atom pairs in collisions of BECs: from nonclassical states to Bell test proposals*,
Institut Für Theoretische Physik, Leibniz Universität Hannover, Germany, 14 August 2013.
- *Phase and density correlations in Bose gases after a quantum quench*,
Dept. of Physics and Astronomy, McMaster University, Hamilton OT, Canada, 25 March 2013.
- *Phase and density correlations in Bose gases after a quantum quench*,
BEC Seminar, CFT PAN, Warsaw, Poland, 14 November 2012.
- *Quantum dynamics of correlated atom pairs*,
Faculty of Engineering & Industrial Sciences, Swinburne University of Technology, Melbourne,
Australia, 18 April 2012.
- *Solitons as the early stage of quasicondensate formation during evaporative cooling*,
Department of Physics, University of Queensland, Brisbane, Australia, 17 April 2012.
- *Bogoliubov quantum dynamics for uncondensed atom clouds at $T \gg 0$* ,
Optical Seminar, Dept. of Physics, University of Warsaw, Poland, 20 October 2011.
- *Solitons and phase domains during the cooling of a one-dimensional ultra-cold gas*,
Dept. of Physics and Astronomy, McMaster University, Hamilton OT, Canada, 23 June 2011.
- *Szczegółowy wgląd w proces chłodzenia jednowymiarowego gazu bozonów*,
Institute of Physics, Jagiellonian University, Kraków, Poland, 18 April 2011.
- *Chłodzenie jednowymiarowego gazu bozonów*,
Optical Seminar, Dept. of Physics, University of Warsaw, Poland, 14 April 2011.

- *Dynamika kwantowa ultrazimnych gazów*,
Konwersatorium IF PAN, Warsaw, Poland, 1 March 2011.
- *Bogoliubov dynamics and the dissection of a condensate*,
BEC Seminar, CFT PAN, Warsaw, Poland, 17 November 2010.
- *Two body correlations vs. Single experiment snapshots*,
BEC Seminar, CFT PAN, Warsaw, Poland, 12 May 2010.
- *Two body correlations vs. Single experiment snapshots*,
BEC Seminar, CFT PAN, Warsaw, Poland, 12 May 2010.
- *Simulating quantum dynamics in colliding Bose-Einstein Condensates “directly” from the microscopic Hamiltonian*,
School of Mathematics and Statistics, Newcastle University, Newcastle, UK, 13 November 2009.
- *Nadciężkość gazów fermionowych dipoli*,
Institute of Physics, Jagiellonian University, Kraków, Poland, 26 October 2009.
- *Naddźwiękowe zderzenia kondensatów i jak oblicza się występującą tam dynamikę*,
BEC Seminar, CFT PAN, Warsaw, Poland, 21 October 2009.
- *Kolizje Kondensatów BEC i symulacja mikroskopowej dynamiki kwantowej*,
Optical Seminar, Dept. of Physics, University of Warsaw, Poland, 9 October 2009.
- *BEC collisions – Quantum dynamics simulation in a macroscopic system*,
ENS-Lyon, Lyon, France, 2 July 2009.
- *The superfluidity of dipolar Fermi gases*,
Los Alamos National Laboratory, New Mexico, USA, 26 March 2009.
- *The superfluidity of dipolar Fermi gases*,
University of Virginia, Charlottesville VA, USA, 23 March 2009.
- *Superfluid dipolar Fermi gases and their excitations*,
Seminarium BEC, CFT PAN, Warsaw, Poland, 9 January 2008.
- *Dynamics of quantum correlations in BECs from first principles*,
Van der Waals-Zeeman Instituut, Universiteit van Amsterdam, The Netherlands, 12 December 2005.
- *First-principles simulations of interacting Bose gases*,
Dept. of Physics, Nicolaus Copernicus University, Toruń, Poland, 10 May 2004.
- *First principles quantum simulations of interacting Bose gases*,
BEC Seminar, CFT PAN, Warsaw, Poland, 27 March 2003.
- *Simulating the quantum dynamics of a Bose-Einstein condensate*,
University of Gdańsk, Poland, 6 April 2001.
- *Simulating the quantum dynamics of a BEC*,
Clarendon Lab, University of Oxford, United Kingdom, 5 Apr 2001.

7 Dorobek dydaktyczny, popularyzatorski i współpraca międzynarodowa

7.1 Działalność dydaktyczna

7.1.1 Wykłady

- III 2010 – IV 2009 *Simulating the quantum dynamics of boson gases using the positive-P method*, seria 3 wykładów na Wydziale Fizyki, Uniwersytet Warszawski.
- XI 2009 – XII 2009 *Współczesne Problemy Fizyki*, wykłady na V roku, Politechnika Warszawska.
- IX 2009 *Ultracold Fermi Gases*, wykłady w CIKAS summer school on Quantum Engineering, Uniwersytet Warszawski.

7.1.2 Ćwiczenia

- X 2009 – I 2010 Ćwiczenia “Mechanika Kwantowa”, IV rok, Uniwersytet Kardynała Wyszyńskiego, Warszawa.
- 1998 – 2000 Ćwiczenia teoretyczne i laboratoryjne z fizyki i inżynierii, I rok, University of Queensland, Australia.

7.1.3 Opieka naukowa nad studentami i doktorantami

- Nieformalnie sprawuję częściową opiekę naukową nad mgr. Ray Ng, doktorantem prof. Erika Sørensen z McMaster University w Kanadzie. Nasza współpraca pod tym względem zaczęła się w drugiej połowie 2009 r. Magisterium i doktorat Pana Ng dotyczą przede wszystkim zastosowania metod *phase space* (w których jestem ekspertem) do układów spinowych (w których ekspertem jest prof. Sørensen). W ramach tej współpracy Pan Ng odwiedził dwukrotnie IF PAN (X 2010, XI 2012). Ja także odbyłem dwie podróże do McMaster University (VI 2011, III 2013). Ostatnio opublikowaliśmy wspólną pracę [H9].
- Przez kilka lat opiekowałem się naukowo laureatami konkursu “First Step to Nobel Prize in Physics”, którzy to w ramach otrzymanej nagrody przyjeżdżali na miesięczny staż naukowy do IF PAN. Byli to młodzi ludzie, którzy byli tuż po zakończeniu liceum lub ewentualnie na początku pierwszego roku studiów. W ramach tej opieki wdrażałem ich w proste zadania badawcze i wspólnie przygotowaliśmy ich pracę konkursową, która miała być opublikowana w czasopiśmie naukowym. Laureatami byli:
 1. 2009: Pani Hadass Tzaban ze szkoły Ulpenat Bnei Akiva, Netivot, Israel.
Praca pt. *Turbulent convection in sciences and nature*.
 2. 2010: Pan Eli Gudinetsky z Religious Comprehensive “Amit” High School / Ben-Gurion University of the Negev, Be’er-Sheva, Israel.
Praca pt. *Theoretical Study of the Generation of Large-Scale Turbulence with Homogeneous Wind Shear*.
 3. 2011: Pan Ivan Maslov z Chelyabinsk Physics-Mathematical Lyceum 31.
Praca została opublikowana jako *Deformation of high-speed meteor bodies by the atmosphere*, I. V. Maslov, A. V. Gorshkov, *European Journal of Physics* **33**, S17 (2012).

7.2 Organizacja konferencji

- Od samego początku, jestem współorganizatorem serii corocznych międzynarodowych konferencji *Quantum technologies* w dziedzinie ultrazimnych gazów i informacji kwantowej. Dotychczas odbyły się cztery edycje w latach 2010, 2011, 2012, 2013. Konferencje są organizowane w różnych miejscach w Polsce i przyciągają wielu zagranicznych badaczy, stanowiących nieco ponad połowę uczestników. W 2013 r. ich liczba wynosiła około 60.
- W 2000 r. uczestniczyłem w organizacji konferencji *CCP 2000 Conference on Computational Physics* w Gold Coast, Australia, 3-8 December 2000.
- Zostałem wybrany na *Local Organiser and Chair* kolejnej edycji cyklu międzynarodowych konferencji FINES (Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems), którą będę organizował jesienią 2015 r. w Polsce. Są to jedne z najważniejszych światowych konferencji w mojej branży: kwantowej dynamice układów wielociałowych. Wśród poprzednich uczestników należy wymienić m. in. laureata Nagrody Nobla - prof. Billa Phillipsa. Konferencje FINES odbywają się co dwa lata od 2007 r. (2007 Kopenhaga, 2009 Durham, Anglia, 2011 Heidelberg, 2013 Queenstown w Nowej Zelandii) i przyciągają około 100 uczestników.

7.3 Współpraca międzynarodowa

7.3.1 Współpraca naukowa z zagranicą

Aktywna obecnie

- Institut d'Optique, Palaiseau, Francja: Chris Westbrook, Alain Aspect, Denis Boiron oraz doktoranci: Jean-Christophe Jaskula, Guthrie Partridge, Marie Bonneau, Josselin Ruauudel, Rafael Lopes, Valentina Krachmanicoff, Vanessa Leung
- McMaster University, Hamilton, Kanada: Erik Sørensen, Ray Ng, Duncan O'Dell.
- University of Queensland, Brisbane, Australia: Karen Kheruntsyan, Tod Wright.
- Technische Universität Wien, Wiedeń, Austria: Jorg Schmiedmayer oraz doktoranci: Tim Langen, Max Kuhnert.
- Swinburne University of Technology, Melbourne, Australia: Peter Drummond, Margaret Reid oraz doktoranci: Laura Rosales-Zarate, Simon Kiesewetter.
- Newcastle University, Anglia: Nikolaus Proukakis oraz doktoranci: Stuart Cockburn, Donatello Gallucci.
- University of Amsterdam, Holandia: Miłosz Panfil.
- Universitat de Barcelona, Hiszpania: Miguel Garcia-March.
- Colorado School of Mines, Golden, USA: Lincoln Carr.
- Leibniz Universität Hannover, Niemcy: Temo Vekua.
- BEC center, Università di Trento: Włochy: Marek Tylutki.
- Université Paris Diderot VII, Francja: Giuliano Orso.

Aktywna w przeszłości

- Université Paris-sud XI, Orsay, Francja: Gora Shlyapnikov.
- University of Innsbruck: Mikhail Baranov.
- Max Planck Institute for Physics of Complex Systems, Dresden, Niemcy: Sebastian Wuster.
- University of Birmingham, Anglia: Dmitry Gangardt.
- National University of Singapore: Tomasz Karpiuk.
- University of Virginia, Charlottesville, USA: Vanessa Leung.
- University of Queensland, Brisbane, Australia: Joel Corney, Matthew Davis, Bill Munro, Kae Nemoto, Gerard Milburn.

7.3.2 Doświadczenia zdobyte za granicą

- Doktorat oraz wcześniejsze studia w University of Queensland, Brisbane, Australia: 1993-1996, 1998-2005. Od 1983 r. mieszkam na stałe w Australii. Moim promotorem w czasie doktoratu był prof. Peter Drummond, a promotorami pomocniczymi dr. William Munro, później dr. Karen Kheruntsyan. Promotorem *Honours thesis*, która jest pracą mającą cechy pośrednie między pracą licencjacką a magisterską, była dr. Margaret Reid.
- Postdoc w Van der Waals-Zeeman Instituut, Universiteit Van Amsterdam, w Holandii w latach 2006-2007. Szefem grupy był prof. Jook Walraven, a dr. Mikhail Baranov był moim bezpośrednim przełożonym.
- Marie Curie Fellow w Université Paris-sud XI (instytut LPTMS), Orsay, Francja w 2007-2009 r. Na tym stanowisku byłem zatrudniony w ramach własnego unijnego grantu na samodzielne badania jako członek grupy prof. Georgy Shlyapnikova. Po zakończeniu grantu kontynuowałem pracę w tym instytucie kilka dalszych miesięcy jako *scientific visitor*.
- Stosowana praca badawcza, inżynierska w firmie Deuar Pty. Ltd. w Brisbane, Australia. Jest to mała firma badawcza prowadzona przez mojego ojca. Badania dotyczyły analizy zachowania drewnianych słupów elektrycznych stojących w ziemi pod wpływem naprężeń nałożonych na nie sprzętem hydraulicznym. Naprężenia oraz pomiary kątów ugięcia mają na celu określenie wytrzymałości badanego słupa *in situ*. Badania prowadzone były m. in. w ramach australijskiego grantu badawczego: AusIndustry R&D Start Agreement pt. *Integrated System for comprehensive testing of in-situ Power Poles for strength and longevity* (2003-2005).
- Visiting Academic, University of Queensland, Brisbane, Australia (1 miesiąc, V 2012).
- Krótkoterminowe wyjazdy badawcze:
 - Leibniz Universität Hannover, Niemcy (kilka dni VII 2013).
 - McMaster University, Kanada (tydzień III 2013).
 - University of Queensland, Brisbane, Australia (dwa tygodnie III 2013).
 - Swinburne University of Technology, Melbourne, Australia (dwa dni V 2012).
 - McMaster University, Kanada (dwa tygodnie VI 2011).
 - Institut d'Optique, Palaiseau, Francja (tydzień V 2011).
 - Institut d'Optique / Université Paris-sud XI, Palaiseau / Orsay, Francja (dwa tygodnie VI 2010).

- Newcastle University, Anglia (tydzień XI 2009).
- ENS-Lyon, Francja (kilka dni VII 2009).
- Los Alamos National Laboratory, New Mexico, USA, (tydzień III 2009).
- University of Virginia, Charlottesville, USA, (kilka dni, III 2009).
- Boston University, USA (kilka dni VI 2008).
- Erlangen University, Niemcy (kilka dni XII 2002).
- Erlangen University, Niemcy (tydzień VIII 2002).
- Uniwersytet Gdański, Polska (miesiąc, IV 2001).
- University of Oxford, Anglia (tydzień IV 2001).

7.3.3 Członkostwo w towarzystwach naukowych

- American Physical Society (od 2008 r.)

7.4 Recenzowanie

7.4.1 Projektów badawczych

- Dla Narodowego Centrum Nauki (23 projekty od 2011 r.).
- Dla Research Executive Agency (European Commission) (19 projekty od 2013 r.).

7.4.2 Publikacji

- 20 dla Physical Review Letters (2002-2013).
- 17 dla Physical Review A (2002-2013).
- 11 dla Journal of Physics B (2009-2014).
- 4 dla Journal of Physics A (2008-2012).
- 3 dla EPL (2010,2011,2012).
- 3 dla New Journal of Physics (2009,2011,2013).
- 2 dla Physical Review E (2002,2003).
- 1 dla Electronic Journal of Theoretical Physics (EJTP) (2006).
- 1 dla Physical Review B (2007).
- 1 dla Optics Express (2010).
- 1 dla Annals of Physics (2012).

W sumie: 64

7.5 Udział w zespołach eksperckich i konkursowych

- Panel ekspertów Narodowego Centrum Nauki do oceny projektów badawczych (panel ST-2 – podstawowe składniki materii) (sierpień 2011 r.)
- Zespół ekspertów Komisji Europejskiej (dla Research Executive Agency) – do oceny projektów badawczych FP7 Marie Curie Fellowships (panel PHY – fizyka) (wrzesień 2013 r.)

Spis cytowanej literatury

- [1] A. Perrin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 150405 (2007).
- [2] R. Bucker *et al.*, Nature Phys. **7**, 608 (2011).
- [3] R.A. Williams *et al.*, Science **335**, 314 (2012).
- [4] B. Lucke *et al.*, Science **334**, 773 (2011).
- [5] C. Gross *et al.*, Nature **464**, 1165 (2010).
- [6] J.-C. Jaskula *et al.*, Phys. Rev. Lett. **109**, 220401 (2012).
- [7] M. Bonneau *et al.*, Phys. Rev. A **87**, 061603(R) (2013).
- [8] W. RuGway *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 075301 (2011).
- [9] W. Vassen *et al.*, Rev. Mod. Phys. **84**, 175 (2012).
- [10] M. Cheneau *et al.*, Nature **481**, 484 (2012).
- [11] S. Trotzky *et al.*, Nature Physics **8**, 325 (2012).
- [12] C.-L. Hung, V. Gurarie, C. Chin, arXiv:1209.0011.
- [13] A. Rancon *et al.*, arXiv:1305.4594.
- [14] T. Langen *et al.*, Nat. Phys. **9**, 640 (2013).
- [15] M. Gring *et al.*, Science **337**, 1318 (2012).
- [16] M. Hofer, Diploma-Thesis, *Observation of Pattern Formation in a Quenched Binary Bose-Einstein Condensate*, Univ. Heidelberg (2012), <http://www.kip.uni-heidelberg.de/matterwaveoptics/publications/theses/>
- [17] F. Dalfovo *et al.*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [18] M. Brewczyk *et al.*, J. Phys. B **40**, R1 (2007).
- [19] P. Blakie *et al.*, Adv. Phys. **57**, 363 (2008).
- [20] M. Schellekens *et al.*, Science **310**, 648 (2005).
- [21] A. Perrin *et al.*, Nature Phys. **8**, 195 (2012).
- [22] J. J. Chang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 170404 (2009).
- [23] E. L. Pollock, D. M. Ceperley, Phys. Rev. B **30**, 2555 (1984).
- [24] S.R. White, Phys. Rev. Lett. **69**, 2863 (1992).
- [25] S. White, A. Feiguin, Phys. Rev. Lett. **93**, 76401 (2004).
- [26] A.J. Daley, J. Stat. Mech.: Theor. Exp. (2004) P04005.
- [27] U. Schollwöck, Ann. Phys. (NY) **326**, 96 (2011).
- [28] J. Eisert *et al.*, Rev. Mod. Phys. **82**, 277 (2010).
- [29] C.W. Gardiner, *Quantum Noise* (Springer-Verlag, Berlin, 1991).
- [30] J.F. Corney, P.D. Drummond, Phys. Rev. Lett. **93**, 260401 (2004).
- [31] J.F. Corney, P.D. Drummond, J. Phys. A: Math. Gen. **39**, 269 (2006).
- [32] A. Polkovnikov, Ann. Phys. **325**, 1790 (2010).
- [33] A. Gilchrist *et al.*, Phys. Rev. A **55**, 3014 (1997).
- [34] P.D. Drummond, C.W. Gardiner, J. Phys. A: Math. Gen. **13**, 2353 (1980).
- [35] P.D. Drummond *et al.*, Nature **365**, 307 (1993).
- [36] S.J. Carter *et al.*, Phys. Rev. Lett. **58**, 1841 (1987).
- [37] M. Wolinsky, H.J. Carmichael, Phys. Rev. Lett. **60**, 1836 (1988).
- [38] S.J. Carter, P.D. Drummond, Phys. Rev. Lett. **67**, 3757 (1991).
- [39] S. Chaturvedi *et al.*, Phys. Rev. A **65**, 033805 (2002).
- [40] A.M. Smith, C.W. Gardiner, Phys. Rev. A **39**, 3511 (1989).
- [41] M.S. Kim *et al.*, Phys. Rev. A **71**, 043805 (2005).
- [42] P.D. Drummond, J.F. Corney, Phys. Rev. A **60**, R2661 (1999).
- [43] M. J. Steel *et al.*, Phys. Rev. A **58**, 4824 (1998).
- [44] A. Perrin *et al.*, New J. Phys. **10**, 045021 (2008).
- [45] S.L.W. Midgley *et al.*, Phys. Rev. A **79**, 053632 (2009).
- [46] M. Ogren, K.V. Kheruntsyan, Phys. Rev. A **79**, 021606(R) (2009).
- [47] M. Ogren, K.V. Kheruntsyan, Phys. Rev. A **82**, 013641 (2010).
- [48] J. M. Vogels *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 020401 (2002).
- [49] C. Buggle *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 173202 (2004).
- [50] M. Kozuma *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 871 (1999).
- [51] A. P. Chikkatur *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 483 (2000).
- [52] P. Maddaloni *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2413 (2000).
- [53] J. Steinhauer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 120407 (2002).
- [54] L. Deng *et al.*, Nature **398**, 218 (1999).
- [55] R. G. Dall *et al.*, Phys. Rev. A **79**, 011601(R) (2009).
- [56] I. Carusotto, Phys. Rev. Lett. **97**, 260403 (2006).
- [57] R.G. Scott, D.A.W. Hutchinson, Phys. Rev. A **78**, 063614 (2008).
- [58] A.G. Sykes *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 085302 (2009).
- [59] A.A. Norrie *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 040401 (2005).
- [60] A.A. Norrie *et al.*, Phys. Rev. A **73**, 043617 (2006).
- [61] A. Sinatra, Y. Castin, C. Lobo, J. Mod. Opt. **47**, 2629 (2000).
- [62] n.p. W.H. Press *et al.*, *Numerical recipes*, 3rd ed., (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2007).
- [63] N. V. Prokof'ev, B. V. Svistunov, Phys. Rev. B **77**, 020408(R) (2008).
- [64] Y.B. Band *et al.*, Phys. Rev. A **64**, 023607 (2001).
- [65] N. Katz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 220401 (2002).
- [66] J.M. Vogels *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 030403 (2003).
- [67] N. Katz *et al.*, Phys. Rev. A **70**, 033615 (2004).
- [68] N. Katz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 220403 (2005).
- [69] Y.B. Band *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5462 (2000).
- [70] M. Trippenbach *et al.*, Phys. Rev. A **62**, 023608 (2000).
- [71] V.A. Yurovsky, Phys. Rev. A **65**, 033605 (2002).
- [72] R. Bach *et al.*, Phys. Rev. A **65**, 063605 (2002).
- [73] J. Chwedenczuk *et al.*, J. Phys. B **37**, L391 (2004).
- [74] P. Zin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 200401 (2005).
- [75] J. Chwedenczuk *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 170404 (2006).
- [76] P. Zin *et al.*, Phys. Rev. A **73**, 033602 (2006).
- [77] J. Chwedenczuk *et al.*, Phys. Rev. A **78**, 053605 (2008).
- [78] K. Molmer *et al.*, Phys. Rev. A **77**, 033601 (2008).
- [79] Y. Wang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **104**, 113201 (2010).
- [80] T. Jelts *et al.*, Nature **445**, 402 (2007).
- [81] R. Bucker *et al.*, New J. Phys. **11**, 103039 (2009).
- [82] P. G. Kwiat *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995).
- [83] N. Gisin *et al.*, Rev. Mod. Phys. **74**, 145 (2002).
- [84] D. Bouwmeester *et al.*, Nature **390**, 575 (1997).
- [85] H.A. Bachor, T.C. Ralph, *A guide to experiments in quantum optics*, 2nd ed. (Wiley-VCH, Berlin, 2004).
- [86] P. Bouyer, M. Kasevich, Phys. Rev. A **56**, R1083 (1997).
- [87] J.A. Dunningham *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 150401 (2002).
- [88] R.A. Campos *et al.*, Phys. Rev. A **68**, 023810 (2003).
- [89] M.D. Reid *et al.*, Rev. Mod. Phys. **81**, 1727 (2009).
- [90] R.J. Lewis-Swan, K.V. Kheruntsyan, Phys. Rev. A **87**, 063635 (2013).
- [91] M. Ogren, K.V. Kheruntsyan, Phys. Rev. A **78**, 011602(R) (2008).
- [92] T. Mukaiyama *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 180402 (2004).
- [93] S. Dürr *et al.*, Phys. Rev. A **70**, 031601(R) (2004).
- [94] M. Greiner *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 110401 (2005).
- [95] U. V. Poulsen, K. Mølmer, Phys. Rev. A **63**, 023604 (2001).
- [96] K. V. Kheruntsyan, P. D. Drummond, Phys. Rev. A **66**, 031602(R) (2002).
- [97] K. V. Kheruntsyan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 150405 (2005).
- [98] K. V. Kheruntsyan, Phys. Rev. Lett. **96**, 110401 (2006).
- [99] C. M. Savage *et al.*, Phys. Rev. A **74**, 033620 (2006).
- [100] C. M. Savage, K. V. Kheruntsyan, Phys. Rev. Lett. **99**, 220404 (2007).
- [101] M. W. Jack, H. Pu, Phys. Rev. A **72**, 063625 (2005).
- [102] B. Zhao *et al.*, Phys. Rev. A **75**, 042312 (2007).
- [103] I. Tikhonenkov, A. Vardi, Phys. Rev. Lett. **98**, 080403 (2007).
- [104] M. J. Davis *et al.*, Phys. Rev. A **77**, 023617 (2008).

- [105] M. Ögren *et al.*, Phys. Rev. A **79**, 043624 (2009).
- [106] S. Inouye *et al.*, Science **285**, 571 (1999).
- [107] M. G. Moore, P. Meystre, Phys. Rev. Lett. **83**, 5202 (1999).
- [108] A. Vardi, M.G. Moore, Phys. Rev. Lett. **89**, 090403 (2002).
- [109] A. Hilliard *et al.*, Phys. Rev. A **78**, 051403(R) (2008).
- [110] D. Schneble *et al.*, Science **300**, 475 (2003).
- [111] L. E. Sadler *et al.*, Phys. Rev. Lett. **98**, 110401 (2007).
- [112] D. Schneble *et al.*, Phys. Rev. A **69**, 041601(R) (2004).
- [113] Y. Yoshikawa *et al.*, Phys. Rev. A **69**, 041603(R) (2004).
- [114] J. Li *et al.*, Phys. Lett. A **372**, 4750 (2008).
- [115] L. F. Buchmann *et al.*, Phys. Rev. A **81**, 031606(R) (2010).
- [116] G.K. Campbell *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 020406 (2006).
- [117] A. J. Ferris *et al.*, Phys. Rev. A **79**, 043634 (2009)
- [118] L. Fallani *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 140406 (2004).
- [119] L. De Sarlo *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 013603 (2005).
- [120] N. Gemelke *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170404 (2005).
- [121] K. M. Hilligsøe, K. Mølmer, Phys. Rev. A **71**, 041602(R) (2005).
- [122] K. Mølmer, New J. Phys. **8**, 170 (2006).
- [123] R.G. Scott *et al.*, Phys. Rev. A **74**, 053605 (2006).
- [124] R.G. Scott *et al.*, Laser Phys. **17**, 527 (2007).
- [125] T. A. Pasquini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 223201 (2004).
- [126] T. A. Pasquini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 093201 (2006).
- [127] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Nature **178**, 1046 (1956).
- [128] C. Su, K. Wodkiewicz, Phys. Rev. A **44**, 6097 (1991).
- [129] T. Wasak *et al.*, arXiv:1311.3855 (2013).
- [130] M. Kitagawa, M. Ueda, Phys. Rev. A **47**, 5138 (1993).
- [131] D. J. Wineland *et al.*, Phys. Rev. A **50**, 67 (1994).
- [132] L. Pezze, A. Smerzi, Phys. Rev. Lett. **102**, 100401 (2009).
- [133] D. J. Wineland *et al.*, Phys. Rev. A **46**, 6797 (1992).
- [134] J. Esteve *et al.*, Nature **455**, 1216 (2008).
- [135] J. Appel *et al.*, PNAS **106**, 10960 (2009).
- [136] M.F. Riedel *et al.*, Nature **464**, 1170 (2010).
- [137] I.D. Leroux *et al.*, Phys. Rev. Lett. **104**, 1170 (2010).
- [138] Z. Chen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 133601 (2011).
- [139] R. Horodecki *et al.*, Rev. Mod. Phys. **81**, 865 (2009).
- [140] J. Kofler *et al.*, Phys. Rev. A **86**, 032115 (2012).
- [141] G.B. Partridge *et al.*, Phys. Rev. A **81**, 053631 (2010).
- [142] P. Balcou *et al.*, Phys. Rev. A **55**, 3204 (1997).
- [143] D.S. Petrov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 050404 (2001).
- [144] S. Dettmer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 160406 (2001).
- [145] A. Polkovnikov *et al.*, Rev. Mod. Phys. **83**, 863 (2011).
- [146] R.P. Feynman, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467 (1982).
- [147] D. Porras, J.I. Cirac, Phys. Rev. Lett. **92**, 207901 (2004).
- [148] D. Jaksch, P. Zoller, Ann. Phys. **315**, 52 (2005).
- [149] M. Lewenstein *et al.*, Adv. Phys. **56**, 243 (2007).
- [150] I. Buluta, F. Nori, Science **326**, 108 (2009).
- [151] M. Johanning *et al.*, J. Phys. B **42**, 154009 (2009).
- [152] C. Schneider *et al.*, Rep. Prog. Phys. **75**, 024401 (2012).
- [153] A. Friedenauer *et al.*, Nat. Phys. **4**, 757 (2008).
- [154] K. Kim *et al.*, Nature **465**, 590 (2010).
- [155] J. Simon *et al.*, Nature **472**, 307 (2011).
- [156] X.-s. Ma *et al.*, Nat. Phys. **7**, 399 (2011).
- [157] R. Islam *et al.*, Nat. Commun. **2**, 377 (2011).
- [158] J. Struck *et al.*, Science **333**, 996 (2011).
- [159] K. Kim *et al.*, New J. Phys. **13**, 105003 (2011).
- [160] C. Roos, Nature **484**, 461 (2012).
- [161] J. W. Britton *et al.*, Nature **484**, 489 (2012).
- [162] R. Blatt, C. F. Roos, Nat. Phys. **8**, 277 (2012).
- [163] F. Meinert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **111**, 053003 (2013).
- [164] R.B. Stinchco, J. Phys. C **6**, 2459 (1973).
- [165] R. Ng, E. S. Sørensen, J. Phys. A **44**, 065305 (2011).
- [166] A. Dutta *et al.*, arXiv:1012.0653.
- [167] D. Gobert *et al.*, Phys. Rev. E **71**, 36102 (2005).
- [168] P. Calabrese *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 227203 (2011).
- [169] P. Calabrese *et al.*, J. Stat. Mech: Theory Exp. (2012) P07016.
- [170] D. Rossini *et al.*, Phys. Rev. A **75**, 032333 (2007).
- [171] U. Raitzsch *et al.*, Phys. Rev. Lett. **100**, 013002 (2008).
- [172] K.C. Younge, G. Raithel, New J. Phys. **11**, 043006 (2009).
- [173] Z.Y. Ou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3663 (1992).
- [174] H.P. Yuen, V.W.S. Chan, Opt. Lett. **8**, 177 (1983).
- [175] A.-S.F. Obada, G.M. Abd Al-Kader, Int. J. Theor. Phys. **37**, 2207 (1998).
- [176] J.F. Corney, P.D. Drummond, Phys. Rev. A **68**, 063822 (2003).
- [177] J.F. Corney, P.D. Drummond, J. Phys. A **39**, 269 (2006).
- [178] J.F. Corney, P.D. Drummond, Phys. Rev. B **73**, 125112 (2006).
- [179] T. Aimi, M. Imada, J. Phys. Soc. Japan **76**, 084709 (2007).
- [180] T. Aimi, M. Imada, J. Phys. Soc. Japan **76**, 113708 (2007).
- [181] S. Rahav, S. Mukamel, Phys. Rev. B **79**, 165103 (2009).
- [182] W. Louisell. *Quantum Optics* (Academic Press, New York, 1970).
- [183] L. Plimak *et al.*, Phys. Rev. A **64**, 025801 (2001).
- [184] T. Kinoshita *et al.*, Nature **440**, 600 (2006).
- [185] E.H. Lieb, W. Liniger, Phys. Rev. **130**, 1605 (1963).
- [186] C.N. Yang, C.P. Yang, J. Math. Phys. **10**, 1115 (1969).
- [187] K.V. Kheruntsyan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 040403 (2003).
- [188] W. Wootters, W. Zurek, Nature **299**, 802 (1982)
- [189] V. Buzek, M. Hillery, Phys. Rev. A **54**, 1844 (1996).
- [190] G. Vidal, R. Tarrach, Phys. Rev. A **59**, 141 (1999).
- [191] R. Schack, C.M. Caves, J. Mod. Opt **47**, 387 (2000).
- [192] I. Carusotto *et al.*, EPJD **56**, 391 (2010).
- [193] J. De Nardis *et al.*, arXiv:1308.4310.
- [194] D. Muth *et al.*, New J. Phys. **12**, 083065 (2010).
- [195] V. Gritsev *et al.*, J. Stat. Mech. P05012, (2010).
- [196] M. Kormos *et al.*, arXiv:1305.7202.
- [197] J. Mossel, J.-S. Caux, New J. Phys. **14**, 075006 (2012).
- [198] M. Kormos *et al.*, arXiv:1307.2142.
- [199] J. Zill *et al.*, unpublished (2013).
- [200] T. Jacqmin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **106**, 230405 (2011).
- [201] J. Armijo *et al.*, Phys. Rev. A **83**, 021605(R) (2011).
- [202] S. Burger *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5198 (1999).
- [203] J. Denschlag *et al.*, Science **287**, 97 (2000).
- [204] R.V. Mishmash, L.D. Carr, Phys. Rev. Lett. **103**, 140403 (2009).
- [205] R. V. Mishmash *et al.*, Phys. Rev. A **80**, 053612 (2009).
- [206] J. Dziarmaga *et al.*, J. Phys. B **36**, 1217 (2003).
- [207] D. Delande, K. Sacha, arXiv:1307.7036.
- [208] E. Witkowska *et al.*, Opt. Commun. **283**, 671 (2010).
- [209] W. H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **102**, 105702 (2009).
- [210] T.W.B. Kibble, J. Phys. A **9**, 1387 (1976)
- [211] T.W.B. Kibble, Phys. Rep. **67**, 183 (1980).
- [212] W.H. Zurek, Nature **317**, 505 (1985).
- [213] W.H. Zurek, Acta Phys. Pol. B **24**, 1301 (1993)
- [214] W.H. Zurek, Phys. Rep. **276**, 177 (1996).
- [215] M. Schmidt *et al.*, New J. Phys. **14**, 075005 (2012).
- [216] B. Damski, W. H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **104**, 160404 (2010).
- [217] E.H. Lieb, Phys. Rev. **130**, 1616 (1963).
- [218] P.P. Kulish *et al.*, Theor. Math. Phys. **28**, 615 (1976).
- [219] E.B. Kolomeisky *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1146 (2000).
- [220] A.D. Jackson, G. M. Kavoulakis, Phys. Rev. Lett. **89**, 070403 (2002).
- [221] R. Kanamoto *et al.*, Phys. Rev. A **81**, 023625 (2010).
- [222] D.S. Petrov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3745 (2000).