

# Łukasz Cywiński - Autoreferat

## 1 Imię i nazwisko

Łukasz Cywiński

## 2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne - z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

- Stopień doktora nauk fizycznych w zakresie fizyki, Uniwersytet Kalifornijski w San Diego, USA, 12 czerwca 2007 r.  
Tytuł rozprawy doktorskiej: *Magnetization Dynamics and Spin Diffusion in Semiconductors and Metals*.  
Promotor: prof. Lu Jeu Sham.
- Stopień magistra fizyki, Uniwersytet Warszawski, 19 czerwca 2002 r.  
Tytuł rozprawy: *Wpływ nieporządku i swobodnych nośników na absorpcję międzypasmową w półprzewodnikach*.  
Promotor: prof. dr hab. Witold Bardyszewski.

## 3 Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/ artystycznych.

- 2009 - obecnie: adiunkt, Środowiskowe Laboratorium Badań Kriogenicznych i Spintronicznych, Zespół Fizyki Zjawisk Spinowych SL2.2, Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk w Warszawie.
- 2007-2009: staż podoktorski, University of Maryland at College Park, USA.
- 2002-2007: doktorant, University of California San Diego, USA.

## 4 Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):

### a) tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego:

cykl publikacji: *Teoria dekoherencji kubitów realizowanych w ciele stałym*

### b) autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa:

- H1. Ł. Cywiński, R.M. Lutchyn, C.P. Nave, and S. Das Sarma, *How to enhance dephasing time in superconducting qubits*, Phys. Rev. B **77**, 174509 (2008)
- H2. Ł. Cywiński, W.M. Witzel, and S. Das Sarma, *Electron Spin Dephasing due to Hyperfine Interactions with a Nuclear Spin Bath*, Phys. Rev. Lett. **102**, 057601 (2009).
- H3. Ł. Cywiński, W.M. Witzel, and S. Das Sarma, *Pure quantum dephasing of a solid state electron spin qubit in a large nuclear spin bath coupled by long-range hyperfine-mediated interactions*, Phys. Rev. B **79**, 245314 (2009).

- H4. Ł. Cywiński, V.V. Dobrovitski, and S. Das Sarma, *Spin echo decay at low magnetic fields in a nuclear spin bath*, Phys. Rev. B **82**, 035315 (2010).
- H5. Ł. Cywiński, *Dephasing of electron spin qubits due to their interaction with nuclei in quantum dots*, Acta Phys. Pol. A **119**, 576 (2011).
- H6. E. Barnes, Ł. Cywiński, and S. Das Sarma, *Master equation approach to the central spin decoherence problem: Uniform coupling model and role of projection operators*, Phys. Rev. B **84**, 155315 (2011).
- H7. J.-T. Hung, Ł. Cywiński, X. Hu, and S. Das Sarma, *Hyperfine interaction induced dephasing of coupled spin qubits in semiconductor double quantum dots*, Phys. Rev. B **88**, 085314 (2013).
- H8. Ł. Cywiński, *Dynamical decoupling noise spectroscopy at an optimal working point of a qubit*, Phys. Rev. A **90**, 042307 (2014).

c) omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania

#### 4.1 Wstęp i motywacja badań

Około 20 lat temu badania doświadczalne nad prawdziwie kwantowymi własnościami materii wkroczyły w nową erę, w której stały się możliwe koherentne manipulacje i pomiary pojedynczych układów kwantowych. Osiągnięcia z połowy lat dziewięćdziesiątych dotyczące kontroli stanów kwantowych pojedynczych spulchowanych jonów [1] oraz manipulacji kilku fotonów promieniowania mikrofalowego uwięzionych we wnęce rezonansowej [2], zostały wyróżnione Nagrodą Nobla w 2012 roku. W tych pionierskich pracach pokazano również jak oddziaływanie z otoczeniem prowadzi do dekoherencji kwantowych stanów pojedynczego mikroskopowego układu [3]. Tenże proces utraty kwantowej spójności jest głównym tematem niniejszej rozprawy.

W tym samym okresie nagły wzrost zainteresowania badaniami nad komputerami kwantowymi został wywołany przez dwa przełomowe wyniki teoretyczne: odkrycie przez Shora kwantowego algorytmu znajdowania rozkładu liczb na czynniki pierwsze [4] oraz podanie dowodu istnienia metod kwantowej korekcji błędów dla stanów kwantowych bitów (kubitów) [5]. Te odkrycia dostarczyły zarówno praktycznej motywacji dla badań nad komputerami kwantowymi, jak i dały nadzieję na osiągnięcie ostatecznego celu, którym jest zbudowanie wielokubitowego urządzenia, którego stan pozostaje (prawie) czystym stanem kwantowym podczas wykonywania algorytmu.

Entuzjazm wywołany powyższymi wynikami szybko udzielił się fizykom ciała stałego. Główną dziedziną zastosowań fizyki ciała stałego (w szczególności fizyki półprzewodników) jest przecież klasyczna informatyka, więc pomysł zbudowania komputera kwantowego przy użyciu obwodów z półprzewodników czy nadprzewodników można uznać za naturalny. Najczęściej przywoływanym argumentem wspierającym ten pomysł jest to, iż struktury z materii skondensowanej łatwo można skalować do układów zawierających więcej kubitów (zauważmy, iż taka skalowalność nie jest oczywista w przypadku spulchowanych jonów). Główną przeszkodą w tym przedsięwzięciu jest to, iż w przeciwieństwie do układów badanych przez optyków kwantowych, kubity zbudowane z materiałów półprzewodnikowych lub nadprzewodzących są umieszczone wewnątrz skondensowanego otoczenia. Wynikające z tego silne sprzężenie z wieloma środowiskowymi stopniami swobody (drganiem sieci, fluktuacjami pól elektrycznych wywołanymi przez poruszające się ładunki, fluktuacjami pola magnetycznego wywołanymi przez paramagnetyczne spiny zlokalizowane w otaczającym materiale itd.) sprawia, iż spodziewamy się szybkiej utraty spójności kwantowej.

Nie jest ciągle jasne, czy pożytki z potencjalnej skalowalności układu opartego na ciele stałym przeważą nad problemami wywołanymi przez silne sprzężenie kubitów z nietrywialnym otoczeniem. Niezależnie od ostatecznej odpowiedzi na to pytanie, prowadzone przez ostatnie 15 lat badania podstawowe nad kubitami w ciele stałym były dość interesujące. W kontekście tej rozprawy silne sprzężenie z otoczeniem mającym ciekawe własności fizyczne powinno być widziane jako intrygujące wyzwanie teoretyczne, które wymaga zastosowania przybliżeń wykraczających poza typowe podejście perturbacyjne (działające dla słabego sprzężenia) oraz markowowskie.

Prace opisane poniżej dotyczą dwóch aspektów problemu dekoherencji w kubitach opartych na ciele stałym. W rozdziale 4.2 opiszę teorię dekoherencji kubitów spinowego (spinu elektronu zlokalizowanego w półprzewodnikowej kropce kwantowej), który oddziałuje nadsztylnie ze spinami jąder atomów materiału, w którym kubit ten się znajduje. W tym przypadku Hamiltonian otoczenia oraz oddziaływania kubit-otoczenie jest znany (z wcześniejszych badań teoretycznych i doświadczalnych), a wyzwaniem teoretycznym jest silne sprzężenie kubitów z kąpielą oraz powolność dynamiki otoczenia. Te dwie cechy problemu sprawiają, iż nie można zastosować przybliżenia Borna-Markowa (które prowadzi do podręcznikowego opisu typu Blocha-Redfielda dla markowowskiej dynamiki zredukowanej macierzy gęstości kubitów). W rozdziale 4.3 koncentruję się dla odmiany na często spotykanej (w ciele stałym) sytuacji, w której nie posiadamy wystarczającej wiedzy o głównym źródle środowiskowego szumu wpływającego na kubit. Jest tak w przypadku, w którym źródło to jest po prostu nieznanne, albo gdy parametrów opisujących środowisko nie możemy poznać z niezależnych pomiarów, i jedynie badanie samego kubitów daje nam informację o jego otoczeniu. W rozdziale tym opiszę, jak przy założeniu, iż otoczenie jest źródłem klasycznego szumu o gaussowskiej statystyce, można wykorzystać pomiary dynamiki spójności kwantowej kubitów do odtworzenia gęstości spektralnej tegoż szumu. Dwie części niniejszej dysertacji uzupełniają się więc, a ponadto chciałbym zwrócić uwagę na fakt, iż obliczenia z podrozdziału 4.3.2, w którym omawiane jest sprzężenie kubitów z kwadratem zewnętrznego szumu, są podobne do obliczeń opisanych w rozdziale 4.2.4, gdzie przedstawiona jest teoria dekoherencji spinu elektronu wywołanej oddziaływaniem nadsztylnym. To podobieństwo nie jest przypadkowe: poniżej spróbuję opisać, jak oddziaływanie z kąpielą spinów jądrowych może być w przybliżeniu zmapowane na problem kwadratowego sprzężenia z kwantową zmienną o gaussowskiej statystyce.

## **4.2 Od mikroskopowego opisu otoczenia do obliczenia dynamiki spójności kwantowej kubitów: przypadek spinu elektronu oddziałującego z kąpielą jądrową**

W tym rozdziale opiszę teorię dekoherencji pojedynczego zlokalizowanego spinu elektronowego, który oddziałuje z kąpielą składającą się ze spinów jądrowych. Motywacją dla stworzenia tej teorii były eksperymenty echa spinowego, przeprowadzone w latach 2005-2008 na kubitach spinowych opartych na kropkach kwantowych [6, 7]. W tamtym czasie żaden z istniejących modeli teoretycznych nie stosował się do przypadku dość niskich pól magnetycznych, w którym przeprowadzone były te doświadczenia. Teoria z prac [H2] i [H3] była opracowana specjalnie z myślą o tym reżimie w kropkach kwantowych opartych na związkach półprzewodnikowych typu III-V. Formalizm przedstawiony w tych pracach pozwolił nie tylko na łatwe obliczenie dynamiki zaniku sygnału echa spinowego, ale również został użyty do przewidzenia dynamiki zaniku spójności kwantowej w innych doświadczeniach. Przewidywania artykułów [H2,H3] dla echa spinowego zostały później potwierdzone doświadczalnie [8]. Ponadto, mimo iż teoria diagramów pierścieniowych (TDP) z [H2,H3] opiera się na założeniu dużego rozmiaru kąpieli jądrowej (wykorzystuje ona rozwinięcie  $1/N$ , gdzie  $N$  jest liczbą spinów jądrowych znacząco oddziałujących z elektronem), jej porównanie ze ścisłymi symulacjami numerycznymi układu z  $N=20$  jądrami pokazało, iż całkiem dobrze opisuje ona zanik sygnału echa spinowego w przypadku oddziaływania nawet z tak niewielkim otoczeniem [H4]. Wyniki te zostały omówione w przeglądowym artykule [H5], w którym zauważony został też bliski związek pomiędzy TDP w granicy krótkoczasowej a

obliczeniami opierającymi się na przybliżeniu kwazi-statycznej kąpieli.

TDP przedstawiona w [H2,H3] opiera się na zastosowaniu efektywnego Hamiltonianu (który opisuje jedynie procesy utraty spójności fazowej), otrzymanego z pełnego Hamiltonianu oddziaływania nadsubtelnego poprzez przybliżoną transformację kanoniczną. Takie podejście do problemu dekoherencji można łatwo uogólnić na bardziej skomplikowane wieloelektronowe układy. Najważniejszym przykładem takiego układu jest kubit singletowo-trypletowy (S-T) w podwójnej kropce kwantowej. Kubit ten jest intensywnie badany doświadczalnie od 2005 roku [6, 8–10]. W pracy [H7] przedstawiono teorię dekoherencji takiego kubitów opartą na zastosowaniu odpowiedniego Hamiltonianu efektywnego. Artykuł ten zawiera przewidywania dynamiki zaniku koherencji dla kubitów S-T w reżimie rozszczepienia singlet-tryplet większego od typowego rozszczepienia Overhausera stanów spinowych w podwójnej kropce.

Pomimo tego, iż TDP z powodzeniem przewidziała dynamikę zaniku echa spinowego w niskich polach magnetycznych w arsenku galu (GaAs), prace w których uogólnione równanie Mistrza typu Nakajimy-Zwanziga zostało zastosowane do obliczenia dekoherencji [11, 12], i w których użyto pełnego Hamiltonianu oddziaływania nadsubtelnego, sugerowały, iż efektywny Hamiltonian powinien być stosowany z dużą ostrożnością. Artykuł [H6] został napisany w celu lepszego zrozumienia związku pomiędzy podejściem wykorzystującym Hamiltonian efektywny [H2,H3], a podejściem wykorzystującym teorię Nakajimy-Zwanziga.

Pierwsze trzy podrozdziały tego rozdziału zawierają dość szczegółowe wprowadzenie do fizyki kubitów spinowych oddziałującego z kąpielą jądrową. Mam nadzieję, iż pozwoli ono na swobodną lekturę następujących trzech podrozdziałów, w których omówione są wyniki z prac [H2-H7].

#### 4.2.1 Półprzewodnikowe kubity spinowe i kąpiel jądrowa

W 1998 roku, kiedy zostało zaproponowane użycie spinu pojedynczego elektronu w kropce kwantowej jako kubitów [13], dostępne wówczas kropki kwantowe zawierały co najmniej dziesiątki elektronów, i nie było prawdziwie realistycznego pomysłu na to, jak mierzyć stany pojedynczego spinu. W ciągu następujących 10 lat sytuacja ta uległa diametralnej zmianie. Około 2006 roku w wielu laboratoriach na świecie kubity oparte na pojedynczych spinach, oraz na parach spinów w podwójnych kropkach, były inicjalizowane, koherentnie kontrolowane, a ich stany były mierzone. Spiny elektronów związanych w elektrostatycznie zdefiniowanych bramkowanych kropkach z GaAs były kontrolowane przez zmienne w czasie napięcia na bramkach [14], zaś spiny elektronów znajdujących się w samozorganizowanych kropkach z InGaAs były kontrolowane optycznie [15, 16]. Przyjmijmy teraz możliwość koherentnej kontroli spinu za daną, i skupimy się na oddziaływaniu spinu z jego otoczeniem i na tym, jak to oddziaływanie prowadzi do utraty spójności kwantowych stanów kubitów.

Zanim jeszcze udało się otrzymać kropkę kwantową z dokładnie jednym elektronem wewnątrz, teoretycznie przewidziano, iż relaksacja energetyczna w skończonym polu magnetycznym  $B$  (podłużna relaksacja w terminologii rezonansu spinowego) będzie zdominowana przez procesy rozpraszania fononów na spinie, które są dozwolone w obecności oddziaływania spinowo-orbitalnego [17] (bardzo przejrzysta dyskusja fizyki relaksacji znajduje się w artykule przeglądowym [14]). To przewidywanie zostało następnie potwierdzone w doświadczeniach przeprowadzonych zarówno na samozorganizowanych [18], jak i na bramkowanych kropkach [19], w których procesy fononowe zostały zidentyfikowane poprzez ich charakterystyczną zależność od pola  $B$  oraz od temperatury. Relaksację energetyczną można opisać standardową teorią Blocha-Redfielda [20]: sprzężenie spin-fonon jest słabe, co pozwala na zastosowanie rachunku zaburzeń drugiego rzędu, a czas autokorelacji kąpieli fononowej jest o wiele krótszy od skali czasu, na której zachodzi relaksacja spinu. Pozwala to na użycie przybliżenia markowskiego, i ostatecznie daje nam wykładniczy zanik elementów zredukowanej macierzy gęstości spinu. Otrzymany w ten sposób czas relaksacji  $T_1$  jest rzędu co najmniej milisekundy w typowych warunkach doświadczalnych. Pokazano również, iż oddziaływanie z fononami powoduje utratę fazy przez spin (poprzeczną relaksację) na skali czasu  $T_2 = 2T_1$  [21]. Wyniki te pokazują, iż gdyby to drgania sieci były głównym źródłem dekoheren-

cji, kubity spinowe zachowywałyby spójność fazową przez milisekundy. Niestety, to nie fonony stanowią największe zagrożenie dla kubitów spinowych. Główny winowajca wymagał opracowania bardziej skomplikowanego i ciekawszego podejścia niż podręcznikowa teoria Blocha-Redfielda.

### *Nadsubtelne sprzężenie spinu elektronu ze spinami jądrowymi oraz Hamiltonian jądrowy*

Już około 2001 roku zauważono, iż spójność kwantowa spinu zlokalizowanego w półprzewodniku jest najbardziej wyczulona na nadsubtelne oddziaływanie tego spinu ze spinami jądrowymi [22–24]. Oddziaływanie to jest szczególnie ważne w materiałach III-V, takich jak GaAs oraz InGaAs, ponieważ gal, ind i arsen nie posiadają żadnych bezspinowych izotopów. W dalszej części rozprawy skupię się na przypadku kropek kwantowych zbudowanych z materiałów III-V, ale należy pamiętać o tym, że kąpiel spinowa ma wpływ na wszystkie rodzaje badanych obecnie kubitów spinowych (w tym na kubity oparte na krzemie i węglu), i dla wszystkich kubitów opartych na pojedynczym spinie oddziaływanie z nią jest główną przyczyną utraty spójności.<sup>1</sup>

Sprzężenie nadsubtelne pomiędzy zlokalizowanym spinem a spinami jądrowymi opisane jest następującym Hamiltonianem

$$\hat{H}_{\text{hf}} = \sum_i A_i \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{J}}_i, \quad (1)$$

w którym  $\hat{\mathbf{S}}$  jest operatorem spinu elektronu,  $\hat{\mathbf{J}}_i$  jest operatorem  $i$ -tego spinu jądrowego, a kontaktowe sprzężenia nadsubtelne  $A_i = \mathcal{A}_{\alpha[i]} |\Psi(\mathbf{r}_i)|^2$ , gdzie  $\Psi(\mathbf{r}_i)$  jest funkcją obwiedni dla elektronu w punkcie położenia  $i$ -tego jądra (z normalizacją do objętości prymitywnej komórki elementarnej:  $\int_V |\Psi(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} = \nu_0$ ). Energie oddziaływania nadsubtelnego  $\mathcal{A}_\alpha$  dla jąder typu  $\alpha$  są dane przez  $\mathcal{A}_\alpha = \frac{2}{3} \mu_0 \hbar^2 \gamma_S \gamma_{J\alpha} |u_\alpha|^2$ , gdzie  $\mu_0$  jest przenikalnością próżni,  $\gamma_S$  i  $\gamma_{J\alpha}$  są czynnikami Landégo elektronu i jądra, zaś  $u_\alpha$  jest amplitudą periodycznej części funkcji Blocha w punkcie położenia jądra typu  $\alpha$  w sieci (z normalizacją  $\int_{\nu_0} |u(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} = 1$ ). Liczba jąder silnie sprzężonych z elektronem jest zdefiniowana wzorem

$$N \equiv \frac{\int |\Psi(\mathbf{r})|^2 d^3r}{\int |\Psi(\mathbf{r})|^4 d^3r}, \quad (2)$$

z którego wynika relacja

$$\sum_i A_i^2 \approx \sum_\alpha n_\alpha \mathcal{A}_\alpha^2 \sum_u |\Psi(\mathbf{r}_u)|^4 = \sum_\alpha \frac{n_\alpha \mathcal{A}_\alpha^2}{N}, \quad (3)$$

w której  $n_\alpha$  jest średnią liczbą jąder typu  $\alpha$  w komórce elementarnej (w związkach III-V mamy  $\sum_\alpha n_\alpha = 2$ ), zaś suma po  $u$  oznacza sumowanie po komórkach elementarnych Wignera-Seitza.

Hamiltonian oddziaływania nadsubtelnego może być także zapisany jako  $\hat{H}_{\text{hf}} = \hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{h}}$ , gdzie wprowadziliśmy operator *poła Overhausera*,  $\hat{\mathbf{h}} = \sum_i A_i \hat{\mathbf{J}}_i$ . W wielu przypadkach (patrz poniżej) można zaniedbać kwantową dynamikę  $\hat{\mathbf{h}}(t)$  (napisanego tutaj w obrazie Heisenberga), i zastąpić  $\hat{\mathbf{h}}$  przez klasyczny wektor  $\mathbf{h}$ . Kwantowe uśrednianie w opisie danego doświadczenia jest wtedy zastąpione klasycznym uśrednianiem po odpowiednim rozkładzie  $\mathbf{h}$ . W takim podejściu widać, iż elektron traci spójność fazową na skutek uśrednienia jego precesji wokół losowych efektywnych pól magnetycznych  $\mathbf{h}$ .

Innym sposobem zapisania Hamiltonianu oddziaływania nadsubtelnego, który będzie pomocny w dalszych rozważaniach, jest

$$\hat{H}_{\text{hf}} = \hat{h}^z \hat{S}^z + \hat{V}_{\text{ff}}, \quad (4)$$

---

<sup>1</sup>W przypadku kubitów opartych na więcej niż jednym spinie, takich jak kubit singletowo-trypletowy, do manipulacji którego wykorzystuje się oddziaływanie wymienne pomiędzy dwoma elektronami, szum ładunkowy może być ważniejszy od kąpeli spinowej w pewnych zakresach parametrów układu [25]. Należy też zauważyć, iż łatwiej jest zmniejszyć szum ładunkowy, niż usunąć spiny jądrowe z typowej nanostruktury półprzewodnikowej

gdzie

$$\hat{V}_{\text{ff}} = \hat{h}^x \hat{S}^x + \hat{h}^y \hat{S}^y = \frac{1}{2}(\hat{h}^+ \hat{S}^- + \hat{h}^- \hat{S}^+) \quad (5)$$

jest operatorem elektronowo-jądrowego flip-flopu. Zauważmy, iż w tym członie występują poprzeczne (w stosunku do kierunku pola magnetycznego wyznaczającego kierunek  $z$ ) składowe pola Overhausera  $h_{\perp}$ .

Hamiltonian dany równaniem (1) jest często nazywany *Hamiltonianem centralnego spinu* (central spin Hamiltonian).<sup>2</sup> Hamiltonian ten jest całkowny, i można go zdiagonalizować przy użyciu ansatzu Bethego, co zostało pokazane przez Gaudina [26]. Należy jednak podkreślić, iż całkowność tego zagadnienia nie pozwala jednak na uzyskanie rozwiązań dla *dynamiki* układu zawierającego znaczącą liczbę  $N$  spinów, gdyż dla obliczenia dynamiki koherencji spinu centralnego potrzebne jest pełne spektrum Hamiltonianu wraz ze wszystkimi stanami własnymi. “Siłowe” numeryczne metody rozwiązywania problemu wymagają pracy w przestrzeni Hilberta o wymiarze  $2^N$ , zaś w rozwiązaniu Gaudina mamy do czynienia jedynie z  $\sim N$  stopniami swobody - ale musimy rozwiązać układ  $\sim N$  nieliniowych sprzężonych równań Bethego. Okazuje się, iż takie rozwiązanie jest praktycznie możliwe jedynie dla  $N \leq 20$  [27, 28], co jest rozmiarem kąpiel porównywalnym z tym, dla którego dają się stosować odpowiednie metody numerycznego obliczania kwantowej ewolucji [29]. Rozwiązanie Gaudina jest również niemożliwe w przypadku, w którym spiny jądrowe mają różne rozszczepienia zeemanowskie - a przypadek ten dotyczy kropek kwantowych III-V, dla których istnienie różnic w tychże rozszczepieniach ma duże znaczenie dla teorii zaniku sygnału echa spinowego [H2,H3].

Hamiltonian całego układu (kubitu i jego otoczenia) zawiera również część dotyczącą jedynie kubitów:

$$H_Q = \Omega \hat{S}^z + \hat{H}_{\text{control}}(t) \quad (6)$$

w której  $\Omega$  jest zeemanowskim rozszczepieniem spinu elektronu, a  $\hat{H}_{\text{control}}(t)$  jest członem opisującym zależną od czasu kontrolę kubitów. Poniżej weźmiemy pod uwagę jedynie zewnętrzną kontrolę w postaci bardzo krótkich pulsów zewnętrznego pola, które wywołują zadane obroty spinu, n.p. obroty o kąt  $\pi$  lub  $\pi/2$  wokół osi  $x$ .

Ostatnim elementem mikroskopowego opisu układu jest Hamiltonian własny otoczenia:

$$\hat{H}_{\text{bath}} = \sum_i \omega_{\alpha[i]} \hat{J}_i^z + \hat{H}_{\text{dip}} , \quad (7)$$

gdzie  $\omega_{\alpha}$  jest zeemanowskim rozszczepieniem spinu jądra typu  $\alpha$ , a  $\hat{H}_{\text{dip}}$  opisuje dipolowe oddziaływanie pomiędzy spinami jądrowymi. Dla pól magnetycznych stosowanych w prawie wszystkich doświadczeniach na kubitach spinowych można założyć, iż oddziaływanie te zachowują całkowitą składową  $z$  spinu jądrowego:

$$\hat{H}_{\text{dip}} = \sum_{i \neq j} b_{ij} (\hat{J}_i^+ \hat{J}_j^- - 2\hat{J}_i^z \hat{J}_j^z) , \quad (8)$$

gdzie sumujemy po jądrami  $i$  oraz  $j$  tego samego typu, a sprzężenia dane są przez:

$$b_{ij} = -\frac{1}{2} \hbar \gamma_i \gamma_j \frac{1 - 3 \cos^2 \theta_{ij}}{r_{ij}^3} \quad (9)$$

w którym  $r_{ij}$  jest odległością pomiędzy dwoma spinami jądrowymi, zaś  $\theta_{ij}$  jest kątem pomiędzy wektorem  $\mathbf{r}_{ij}$  a kierunkiem pola  $B$  (czyli osią  $z$ ).

---

<sup>2</sup>Należy zauważyć, że termin “problem centralnego spinu” jest często używany do określania każdego układu, w którym “centralny” spin (kubit) jest sprzężony z wieloma spinami stanowiącymi jego otoczenie. Oddziaływanie kubit-kąpiel często nie jest postaci oddziaływania Heisenberga, zaś Hamiltonian spinów otoczenia może mieć wiele form. Hamiltonian elektronu oddziałującego ze spinami jądrowymi w kropce kwantowej należy do klasy takich uogólnionych “problemów spinu centralnego”, jeżeli weźmiemy pod uwagę oddziaływanie dipolowe pomiędzy spinami jądrowymi.

### *Skale energii w Hamiltonianie i ich główne konsekwencje*

Kluczowym jest zauważenie tego, jak małe są skale energii powiązane z Hamiltonianem własnym otoczenia jądrowego w porównaniu z typowymi temperaturami, w jakich przeprowadzane są doświadczenia. W zazwyczaj stosowanych polach  $B$  (które rzadko przekraczają 1 teslę, a zawsze są mniejsze od około 10 tesli) jądrowe energie zeemanowskie  $\omega_\alpha$  są rzędu  $0.1 \mu\text{eV}$ , co odpowiada temperaturze  $0.1 \text{ mK}$ . Sprzężenia dipolowe pomiędzy najbliższymi sąsiadami są za to rzędu  $0.1 \text{ peV}$ , co odpowiada temperaturze  $\sim 1 \text{ nK}$ . Z tej obserwacji płynie wniosek, iż nawet w najlepszych chłodziarkach rozcieńczalnikowych, w których temperatura sięga  $\sim 1 \text{ mK}$ , macierz gęstości spinów jądrowych opisująca stan równowagi termodynamicznej to  $\hat{\rho}_J \sim \mathbb{1}$ . Następnym wnioskiem jest powolność samoistnej dynamiki jądrowej. Przez nią nie jest oczywistym, czy do opisu danego doświadczenia (w którym wyniki uśredniane są po wielu powtórzeniach cyklu inicjalizacji, ewolucji i pomiaru kubitu) można zastosować powyższą macierz gęstości, tzn. nie jest jasne, czy uśrednianie po czasie jest równoważne uśrednianiu po zespole - innymi słowy ergodyczność dynamiki jądrowej nie jest gwarantowana.

Przyjrzyjmy się więc bliżej samoistnej dynamice jądrowej. Poprzeczne składowe pola Overhausera,  $h_\perp$ , ulegają dekorelacji na skali czasu  $\tau_\perp \sim 100 \mu\text{s}$  w materiałach III-V. Skala ta jest dana przez poszerzenie linii jądrowego rezonansu spinowego przez oddziaływania dipolowe [czyli przez rozmycie rozszczepień spinów jądrowych wynikające z obecności członu  $\sum_{i \neq j} b_{ij} \hat{J}_i^z \hat{J}_j^z$  w równaniu (8)]. W skończonym polu  $B$  mamy również precesję Larmora składowych  $h^{x,y}$ , i okres tej precesji w zakresie pól  $B$  typowych dla doświadczeń dotyczących kropek III-V jest o wiele krótszy od  $\tau_\perp$ . Ta koherentna precesja makroskopowej liczby spinów jądrowych ma bardzo silny wpływ na dynamikę zaniku sygnału echa spinowego, co omówione będzie w podrozdziale 4.2.4. Z drugiej strony, podłużna składowa pola Overhausera,  $h^z$ , ulega dekorelacji na o wiele dłuższej skali czasu  $\tau_\parallel$ .  $h^z$  ulega zmianom na skutek flip-flopów pomiędzy najbliższymi sąsiadami [opisanymi przez pierwszy człon w równaniu (8)], a kumulatywny efekt wielu takich flip-flopów prowadzi do procesu dyfuzji polaryzacji spinów jądrowych [30]. Czas dekorelacji możemy wyrazić poprzez stałą dyfuzji jądrowej  $D$  oraz rozmiar kropki  $L$  jako  $\tau_\parallel \sim L^2/D$ , które wynosi  $\sim 1 - 10$  minut w kropkach bramkowanych.<sup>3</sup> W doświadczeniach czas dekorelacji  $\sim 10 \text{ s}$  został zmierzony w kropkach z GaAs [32], w jakościowej zgodności z przewidywaniami teoretycznymi [33].

W obecności elektronu  $k$ -ty spin jądrowy odczuwa pole Knighta  $\sim A_k$ , którego maksymalna wartość to około  $A/N$  (dla uproszczenia korzystam tu z faktu, że w materiałach III-V wszystkie  $A_\alpha$  są tego samego rzędu wielkości). Wielkość ta, wynosząca  $\sim 0.1 \text{ neV}$  w kropce z GaAs zawierającej  $N \sim 10^6$  jąder, wyznacza nam również szerokość rozkładu sprzężeń  $A_k$ . Z zasady nieoznaczoności pomiędzy energią a czasem możemy więc oczekiwać, że dla czasów o wiele krótszych od  $N/A \sim 10 \mu\text{s}$  niejednorodność tychże sprzężeń nie powinna mieć żadnego wpływu na dynamikę układu, zaś na dużo dłuższej skali czasu szczegóły dystrybucji  $A_k$  (tzn. kształt funkcji obwiedni zlokalizowanego elektronu) mogą mieć wpływ na dekoherencję. Fakt ten będzie miał znaczenie dla wielu późniejszych rozważań.

Ostatnia ważna obserwacja związana jest z różnicą pomiędzy elektronowym a jądrowym rozszczepieniem Zeemana:  $\Omega \approx 1000 \cdot \omega_\alpha$  z powodu stosunku elektronowego magnetonu do jądrowego magnetonu. Skupiamy się tu na przypadku pól magnetycznych dla których  $\Omega$  jest o wiele większe od pola Overhausera odczuwanego przez elektron<sup>4</sup> (które jest  $\sim 1 \text{ mT}$  w GaAs, patrz poniżej), zaś  $\omega_\alpha$  jest wiele większe od dipolowego poszerzenia rozszczepień spinów jądrowych (które to

<sup>3</sup>Należy odnotować, iż kropki bramkowane są prawie wolne od naprężeń w porównaniu z kropkami samozorganizowanymi. W tych drugich przestrzenie niejednorodne naprężenia prowadzą do istnienia lokalnych gradientów pól elektrycznych, z których wynika obecność niezerowych kwadrupolowych rozszczepień spinów jądrowych. Te rozszczepienia mogą bardzo spowolnić procesy dyfuzji spinowej, przez co dynamika podłużnej składowej pola Overhausera w kropkach samozorganizowanych może zachodzić na jeszcze dłuższych skalach czasu, a polaryzacja jądrowa w tych kropkach może być zachowana nawet przez dziesiątki minut [31].

<sup>4</sup>To odpowiada bardzo rozsądnemu, z punktu widzenia chęci posiadania kontroli nad kubitami, założeniu, że rozszczepienie spinu elektronu i kierunek jego osi kwantyzacji są wyznaczone przez zewnętrzne pole  $B$ , a spiny jądrowe są jedynie źródłem niewielkich poprawek do tych wielkości.

odpowiada polu około 0.1 mT). W takim przypadku  $\Omega \gg \omega_\alpha$  oznacza, że bezpośredni flip-flop pomiędzy spinem elektronu a spinem jądra, wynikający z oddziaływania z równania (5), jest wzbroniony przez zachowanie energii. Naturalnym jest więc traktowanie członu  $\hat{V}_{\text{ff}}$  przy użyciu rachunku zaburzeń, ponieważ prowadzi on jedynie do *wirtualnych* przejść, które prowadzą do pojawienia się efektywnych oddziaływań (mediowanych przez elektron) pomiędzy spinami jądrowymi. Można również powiedzieć, że dla dużego  $B$  wpływ pola  $h_\perp$  jest silnie wytłumiony, jako że pole to daje jedynie poprawkę do rozszczepienia spinu elektronu  $\sim h_\perp^2/\Omega$ , oraz powoduje ono niewielkie odchylenie osi kwantyzacji od kierunku  $z$  o kąt  $\sim h_\perp/\Omega$ .

Podsumowując powyższą dyskusję, możemy bezpiecznie założyć, iż dla czasów krótszych od kilku  $\mu\text{s}$ , spiny jądrowe są statyczne. W tej sytuacji możemy zastąpić branie śladu po jądrowej macierzy gęstości przez uśrednianie po klasycznej dystrybucji pól Overhausera. Ze względu na to, że liczba jąder  $N$  jest duża, równowagowy rozkład tych pól (który jest właściwym rozkładem dla przypadku uśredniania pomiarów przez czas dłuższy od czasu autokorelacji pola  $h^z$ ) jest gaussowski [22–24]:

$$P(\mathbf{h}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sigma^3} \exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma^2}\right), \quad (10)$$

gdzie mamy:

$$\sigma^2 = \frac{1}{3} \sum_\alpha J_\alpha(J_\alpha + 1) \sum_{i \in \alpha} A_i^2 = \frac{1}{3} \sum_\alpha J_\alpha(J_\alpha + 1) n_\alpha \frac{A_\alpha^2}{N}. \quad (11)$$

Standardowe odchylenie  $\sigma$  rozkładu pól Overhausera jest ważną wielkością: wyznacza ono typową wartość efektywnego pola, którym spiny jądrowe wpływają na spin elektronu. W bramkowanych kropkach z GaAs,  $\sigma$  odpowiada polu około 3 mT.

#### 4.2.2 Dekoherecja spinu elektronu wywołana jego oddziaływaniem ze spinami jądrowymi: ogólne rozważania.

Gdy  $\Omega \gg \sigma$  możemy albo całkowicie zaniedbać wpływ  $h_\perp$  (czyli  $\hat{V}_{\text{ff}}$ ), albo uwzględnić go poprzez rachunek zaburzeń, który prowadzi do pojawienia się efektywnych, mediowanych przez elektron, oddziaływań między spinami jądrowymi. To drugie podejście będzie omówione szczegółowo w podrozdziale 4.2.4. Tutaj skupimy się jedynie na tym, iż w obu sytuacjach będziemy mieli do czynienia z Hamiltonianem opisującym tzw. czystą utratę fazy (*pure dephasing*):

$$\hat{H} = \Omega \hat{S}^z + \hat{H}_B + \hat{S}^z \hat{V}, \quad (12)$$

gdzie  $\hat{H}_B$  jest Hamiltonianem otoczenia, a  $\hat{V}$  jest operatorem otoczenia który sprzęga się do składowej  $z$  spinu elektronu. Pod wpływem takiego  $\hat{H}$  diagonalne elementy macierzy gęstości kubitów nie zmieniają się, zaś pod wpływem oddziaływania z otoczeniem ewoluuje jedynie element pozadiagonalny,

$$\rho_{+-}^S(t) \equiv \langle + | \text{Tr}_J \hat{\rho}(t) | - \rangle = \langle + | \text{Tr}_J e^{-i\hat{H}t} \hat{\rho}(0) e^{i\hat{H}t} | - \rangle, \quad (13)$$

gdzie  $|\pm\rangle$  są stanami własnymi  $\hat{S}^z$ ,  $\hat{\rho}(t)$  jest macierzą gęstości całego układu, a  $\text{Tr}_J$  to częściowy ślad po jądrowych stopniach swobody. Zdefiniujmy *funkcję dekoherencji*  $W(t)$ , która w przypadku swobodnej ewolucji spinu dana jest przez:

$$W_{\text{FID}}(t) = \frac{\rho_{+-}^S(t)}{\rho_{+-}^S(0)} = \langle e^{i\hat{H}t} e^{-i\hat{H}t} \rangle, \quad (14)$$

gdzie  $\langle \dots \rangle \equiv \text{Tr}_J [\hat{\rho}_J(0) \dots]$ , zaś

$$\hat{H}_\pm = \pm\Omega/2 + \hat{H}_B \pm \hat{V}/2. \quad (15)$$

Obliczanie utraty fazy przez kubit zostało więc zmapowane na uśrednianie (po początkowej macierzy gęstości otoczenia) pewnej ewolucji samego otoczenia: równanie (14) można rozumieć jako



opisujące uśrednienie ewolucji pod wpływem  $\hat{H}_+$  “do przodu” w czasie, po której następuje ewolucja “do tyłu” w czasie pod wpływem  $\hat{H}_-$ . Jest to typowa struktura, na którą można się natknąć w nierównowagowej kwantowej mechanice statystycznej [34]: uśrednianie ewolucji zdefiniowanej na zamkniętym konturze czasowym. Pojawienie się tej struktury pozwoli nam na zastosowanie metod diagramatycznego rachunku zaburzeń w podrozdziale 4.2.4.

### ***Niejednorodne poszerzenie w przypadku swobodnej ewolucji spinu***

W większości doświadczeń dotyczących pojedynczych kropek całkowity czas zbierania pomiarów (wielokrotnie powtarzany cykl inicjalizacji, ewolucji, i pomiaru kubitu) jest dłuższy od minuty. Oznacza to, iż wyniki takiego eksperymentu opisywane są przez uśrednienie ewolucji kubitu po równowagowej macierzy gęstości spinów jądrowych. Taką samą sytuację mamy w doświadczeniach z zespołami wielu optycznie wzbudzanych kropek samozorganizowanych [35, 36]. Mierzona w taki sposób utrata fazy spinu elektronu wynika po prostu z uśredniania po zespole, i zachodzi ona na skali czasu na której nie zachodzi żadna dynamika otoczenia. Jest to więc przypadek niejednorodnego poszerzenia linii rezonansu spinowego elektronu.

Jak wcześniej wspomniano, dla  $\Omega \gg \sigma$  wpływ  $h_\perp$  jest wytłumiony, a uśrednianie po składowej  $h^z$  prowadzi do efektywnej utraty fazy. W pomiarze swobodnej ewolucji spinu elektronu (zwanym często w literaturze “swobodnym zanikiem indukcji”) spin ten jest zainicjalizowany w płaszczyźnie  $xy$ , następnie dokonuje on precesji przez czas  $t$ , ostatecznie zostaje obrócony na oś  $z$  i poddany pomiarowi rzutowemu. Rekonstrukcja zależności od czasu  $\langle \hat{S}^{x,y}(t) \rangle$  wymaga wielu powtórzeń takiego doświadczenia (w tym wielu powtórzeń pomiaru dla każdej wartości  $t$ ). Oczekujemy więc otrzymania precesji uśrednionej po gaussowskim rozkładzie jej częstości danej przez  $\Omega + h^z$ , czyli wyniku

$$\langle \hat{S}^x(t) \rangle = \frac{1}{2} \cos(\Omega t) e^{-(t/T_2^*)^2}, \quad (16)$$

gdzie czas związany z niejednorodnym poszerzeniem,  $T_2^* = \sqrt{2}/\sigma$  [z  $\sigma$  danym przez równanie (11)], wynosi około 10 ns w kropkach z GaAs, czyli jest on o wiele krótszy od skal czasu dynamiki jądrowej omówionych w poprzednim podrozdziale. Widzimy więc, że w tym przypadku przybliżenie kwazi-statycznej kąpieli, w którym spiny jądrowe są nieruchome podczas każdego powtórzenia precesji spinu elektronu, ale w którym fluktuacje tychże spinów zachodzące *między* kolejnymi pomiarami są wzięte pod uwagę, jest w pełni uzasadnione. Taki szybki gaussowski zanik kwantowej spójności spinu zaobserwowany został w wielu doświadczeniach [6, 37–40]

W kontekście informatyki kwantowej utrata fazy wywołana niejednorodnym poszerzeniem nie jest jednak fundamentalną przeszkodą. Zanik na skali czasu  $T_2^*$  wynika z nieefektywnego i zaszumionego procesu pomiaru spinu, który zmusza nas do powtarzania pomiarów przez długi czas. Obserwowany zanik fazy odzwierciedla po prostu naszą niewiedzę na temat początkowej wartości  $h^z$  - gdybyśmy znali tę wielkość na początku doświadczenia, to dla eksperymentu trwającego krócej niż parę minut mielibyśmy o wiele mniej uśredniania po  $h^z$ . Metody “jednoprzwałowego” pomiaru (które prawdopodobnie będą konieczne do wykonywania jakichkolwiek nietrywialnych operacji na kwantowych układach wielu kubitów) zostały opracowane dla kropek kwantowych [41], i pozwalają one na skrócenie czasu pomiarów o rzędy wielkości, aż do czasów znacząco krótszych od czasu autokorelacji  $h^z$ . Ponadto, jeśli chcemy używać kubitu jako kwantowej pamięci, efekty kwazi-statycznych przesunięć energetycznego rozszczepienia kubitu mogą być usunięte przez zastosowanie sekwencji echa spinowego [30, 42]. Omówię teraz te metody usuwania niejednorodnego poszerzenia.

### ***Echo spinowe i jego uogólnienia***

W doświadczeniu echa spinowego (SE) spin jest inicjalizowany i odczytywany tak jak w poprzednio opisanym przypadku, ale jest on także poddany dodatkowemu obrotowi o kąt  $\pi$  wokół osi  $x$  lub  $y$  w połowie swej ewolucji, tzn. w chwili  $t/2$ . Taką sekwencję pomiarową można zapisać jako  $t/2 - \pi - t/2$ . Skutkiem tej sekwencji będzie usunięcie statycznego (na skali czasu  $t$ ) rozmycia

częstości precesji, gdyż faza uzyskana podczas pierwszego okresu  $t/2$  zostanie wyzerowana podczas drugiego okresu  $t/2$ . Taka “rekoherencja” spinów z zespołu oczywiście nie będzie doskonała w przypadku dynamicznej kąpieli i amplituda sygnału echa będzie wtedy zanikała ze wzrostem  $t$ .

Uogólnienia echa na przypadek wielu pulsów są stosowane w badaniach rezonansu magnetycznego od ponad 60 lat [43]. Najprostszym przykładem jest sekwencja Carra i Purcella,<sup>5</sup> którą można zapisać jako  $t/2n - \pi - t/n - \pi - \dots - \pi - t/n - \pi - t/2n$ , gdzie  $n$  jest liczbą pulsów. We współczesnym kontekście ochrony koherencji pojedynczych kubitów, zastosowanie takich wielopulsowych sekwencji określane jest mianem *dynamicznego odsprzęgania* (DO) kubitów od otoczenia [44–46]. Ze względu na potencjalne znaczenie różnych sekwencji DO dla długotrwałej ochrony kwantowej spójności kubitów, ważną cechą praktycznej teorii dekoherencji jest możliwość łatwego uwzględnienia dowolnej ilości pulsów w sekwencji. Teoria zaprezentowana w podrozdziale 4.2.4 posiada tę przydatną własność.

Ewolucja  $\rho_{+-}^S$  pod wpływem sekwencji echa (i dla pulsu  $\pi_x$ ) dana jest przez

$$\rho_{+-}^S(t) = \text{Tr}_J \langle + | e^{-i\hat{H}t/2} (-i\hat{\sigma}_x) e^{-i\hat{H}t/2} \hat{\rho}_J(0) \hat{\rho}^S(0) e^{i\hat{H}t/2} (i\hat{\sigma}_x) e^{i\hat{H}t/2} | - \rangle, \quad (17)$$

co w przypadku czystej utraty fazy daje nam

$$\rho_{+-}^S(t) = \rho_{-+}^S(0) W_{SE}(t) = \rho_{-+}^S(0) \left\langle e^{i\hat{H}_+/2} e^{i\hat{H}_-/2} e^{-i\hat{H}_+/2} e^{-i\hat{H}_-/2} \right\rangle, \quad (18)$$

gdzie zdefiniowaliśmy funkcję dekoherencji dla echa,  $W_{SE}(t)$ . Funkcje utraty spójności dla innych sekwencji DO są definiowane w analogiczny sposób.

### ***Swobodna ewolucja w zawężonym stanie otoczenia***

Podczas gdy echo spinowe jest standardową procedurą znaną od 60 lat, pomysł *zawężenia* stanu kąpieli jądrowej jest o wiele młodszy [47–49], jako że znajduje on zastosowanie w przypadku *pojedynczych* spinów, a dopiero od około 10 lat badanie takich spinów jest doświadczalnie możliwe. Zawężenie stanu można najprościej opisać jako zmierzenie wartości  $h^z$  przed pomiarem koherencji spinu elektronu. Oczywiście ma to sens jedynie w przypadku w którym możemy założyć, iż  $h^z$  nie ulegnie zmianie podczas dalszych pomiarów. Najbardziej naturalnym sposobem pomiaru swobodnej ewolucji w stanie zawężonym (*narrowed state free induction decay*, czyli NFID) jest więc po prostu zebrać wszystkie dane w czasie krótszym od czasu autokorelacji  $h^z$ . Zostało to wykonane w kropkach kwantowych przy użyciu czułego układu do jednostrzałowego odczytu stanu spinu [50]. Gdy wszystkie dane pomiarowe zostały zebrane w około 100 ms, zmierzona ewolucja spinu nie wykazała zaniku typu  $T_2^*$ . Zamiast tego zaobserwowano precesję spinu z częstością daną przez  $\Omega + h^z$ , i nie dało się dostrzec praktycznie żadnego zaniku amplitudy sygnału na skali czas poniżej mikrosekundy.<sup>6</sup>

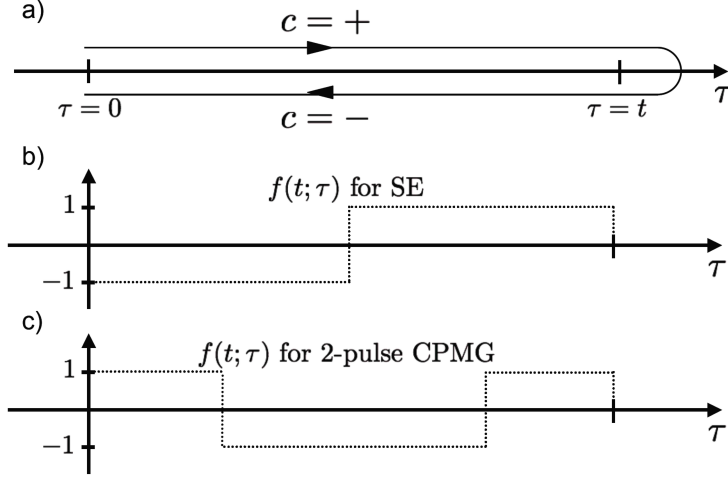
Aby obliczyć dynamikę utraty kwantowej spójności w idealnym doświadczeniu typu NFID, należy zastosować równanie (14) zastępując termiczną macierz gęstości spinów jądrowych przez macierz opisującą stan o dobrze zdefiniowanej wartości  $h^z$ .

### ***Przyczyny zaniku spójności kwantowej w doświadczeniach typu echa spinowego oraz NFID***

W tych doświadczeniach kwazi-statyczne fluktuacje  $h^z$  nie mają znaczenia: w przypadku echa

<sup>5</sup>W doświadczeniach stosuje się zwykle sekwencję zmodyfikowaną przez Meibooma i Gilla. Różnicą pomiędzy sekwencjami CP i CPMG jest wybór osi  $x$  i  $y$  dla kolejnych pulsów. Sekwencja CPMG jest mniej czuła na systematyczne niedoskonałości pulsów. Nie ma to znaczenia tutaj, gdyż zakładam zawsze idealne obroty o  $\pi$  i  $\pi/2$ .

<sup>6</sup>W wielu innych doświadczeniach pokazano różne stopnie zawężenia rozkładu pól Overhausera, zarówno dla kropek bramkowanych [9], jak i dla zespołów kropek samorganizowanych [31, 35]. Doświadczenie opisane powyżej wydaje mi się być jednak najciekawszą demonstracją rozdzielania skal czasowych charakterystycznego dla kąpieli jądrowej.



Rysunek 1: a) Kontur czasowy na którym porządkowane są operatory w równaniu (19). b) Funkcja filtrująca w domenie czasowej,  $f(t; \tau) \equiv f_t(\tau)$ , dla echa spinowego. c) To samo dla dwupulsowej sekwencji CPMG. Zaadaptowane z [H3].

są one usunięte przez sekwencję obrotów spinu, a w przypadku NFID wartość  $h^z$  jest zmierzona. Koherencja będzie jednak wciąż zanikać z dwóch powodów:

1. Na skutek dynamiki  $h^z$  zachodzącej na skali czasu ewolucji elektronu.
2. Na skutek istnienia sprzężenia spinu elektronu z  $h_{\perp}$ . Zależnie od interesującej nas skali czasu, zarówno kwazi-statyczne uśrednianie po  $h^x$  i  $h^y$ , jak i dynamika spinów jądrowych wywołana przez  $\hat{V}_{\text{ff}}$ , mogą mieć znaczenie.

Pierwszy mechanizm omówię pokrótce w podrozdziale 4.2.3. Drugi mechanizm zostanie omówiony dokładniej w podrozdziale 4.2.4.

### 4.2.3 Dekoherencja spinu w bardzo wysokich polach: teoria dynamiki wywołanej przez oddziaływania dipolowe pomiędzy spinami jądrowymi

Dla wystarczająco wysokich<sup>7</sup> pól magnetycznych człon  $\hat{V}_{\text{ff}}$  w równaniu (4) może być całkowicie zaniedbany, i oddziaływanie kubit-kąpiel jest zadane jedynie poprzez człon  $\hat{S}^z \hat{h}^z$ . Pole  $h^z$  fluktuuje wtedy na skutek istnienia dipolowych członów flip-flopowych w Hamiltonianie (8). Zauważmy, iż w tym przybliżeniu wartość  $\Omega$  nie ma żadnego znaczenia, i teoria zarysowana poniżej daje wyniki niezależne od  $\Omega$ .

Podane wcześniej wzory na  $W(t)$  można wtedy przepisać jako

$$W(t) = \left\langle \mathcal{T}_c \exp \left( -i \int_c \hat{\mathcal{H}}_{\text{dip}}(\tau_c) d\tau_c \right) \right\rangle, \quad (19)$$

gdzie  $\mathcal{T}_c$  jest operatorem uporządkowania czasowego na konturze z Rys. 1a,  $\tau_c = (\tau, c)$  gdzie  $\tau$  jest zmienną czasową zaś  $c = \pm$  oznacza gałąź konturu, a  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{dip}}(\tau_c)$  jest oddziaływaniem dipolowym zapisanym w obrazie oddziaływania na konturze. Operatory spinów jądrowych w  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{dip}}(\tau_c)$  są dane przez:

$$\hat{J}_k^{\pm}(\tau_c) = \hat{J}_k^{\pm} \exp \left[ \pm i \omega_k \tau \pm ic \int_0^{\tau} f_t(t') \frac{A_k}{2} dt' \right], \quad (20)$$

<sup>7</sup>Aby dowiedzieć się, co dokładnie należy rozumieć przez “wystarczająco wysokie” pola, należy przeczytać podrozdział 4.2.4, gdzie przedstawię teorię uwzględniającą wpływ operatora  $\hat{V}_{\text{ff}}$ .

gdzie nieco niestandardowy drugi człon w wykładniku wynika z tego, iż wprowadziliśmy obraz oddziaływania względem zależnego od czasu operatora

$$\hat{H}_0^\pm(\tau_c) = \sum_k \omega_k \hat{J}_k^z + c f_t(\tau) \hat{h}^z / 2, \quad (21)$$

gdzie  $f_t(\tau)$  jest funkcją filtrującą w domenie czasowej, która określa sekwencję pulsów DO (przykłady pokazane są na rys. 1b oraz 1c)

Stoi teraz przed nami teoretyczne zadanie polegające na wykonaniu kwantowej średniej uogólnionego eksponensa (19). Naturalnym podejściem do takiego problemu jest zastosowanie rozwinięcia gronowego, w którym średnia z eksponensa wyrażona jest jako eksponens sumy nieredukowalnych (w kontekście diagramatycznego rachunku zaburzeń) członów w rozwinięciu  $W(t)$ . Zauważmy, iż w jakiegokolwiek diagramatycznej reprezentacji szeregu perturbacyjnego redukowalność danego diagramu jest równoważna statystycznej niezależności jego poszczególnych członów. Z tego punktu widzenia powinien być jasnym bliski związek pomiędzy diagramatycznym rozwinięciem na nieredukowalne grona, a rozwinięciem kumulantowym [51].

Trudność, na którą napotykamy się w tym podejściu, wynika z tego, iż spiny mają statystykę różną od bozonowej czy fermionowej, i standardowe metody diagramatycznego rachunku zaburzeń *nie mają tu zastosowania*. Musimy używać wyprowadzonych dla spinów dość nieporęcznych reguł Feynmana [52, 53], i obliczenie nieredukowalnych diagramów w rzędzie wyższym od drugiego w  $\hat{H}_{dip}$  jest bardzo skomplikowane. Ten techniczny problem można obejść przez zastosowanie metod rozwinięcia klastrowego, w których numeryczne obliczenia ewolucji elektronu sprzężonego z grupą spinów (“klastrem” w przestrzeni rzeczywistej) pozwalają na uzyskanie wyników odpowiadających wysumowaniu pewnych grup diagramów (nieredukowalnych gron w sensie diagramatycznym) [53, 54]. Obliczenia te pokazały, iż w opisie zaniku echa oraz NFID wywołanego przez oddziaływania dipolowe wystarczy<sup>8</sup> uwzględnić jedynie pary spinów [54–57]. Grupy więcej niż dwóch spinów należy uwzględniać jedynie w przypadku obliczeń dla pewnych sekwencji DO [58, 59]. Fizyczna interpretacja tego wyniku jest prosta: na skali czasu  $T_2$ , zdefiniowanej przez  $W(T_2) = 1/e$ , nietrywialne korelacje pomiędzy więcej niż dwoma spinami jądrowymi nie są jeszcze obecne w znaczącym stopniu, i do opisu dekoherencji potrzebne jest jedynie uwzględnienie dynamiki par spinów w kąpeli. Należy zaznaczyć, iż teoria ta [52, 54–56] odniosła duży sukces w opisie pomiarów echa dla spinów elektronów związanych na donorach fosforowych w krzemie [60, 61].

#### 4.2.4 Teoria dekoherencji spinu na skutek oddziaływania z kąpielą jądrową w niskich polach

Teoria opisana w poprzednim podrozdziale przewiduje  $W = \exp[-(t/T_2)^4]$  w kropkach z GaAs zarówno dla echa jak i dla NFID, z charakterystycznym czasem  $T_2 \sim 10 - 50 \mu\text{s}$  (zależnym od kształtu kropki) [54, 56, 57]. Przewidywanie to stało w oczywistej sprzeczności z pomiarami echa spinowego w kropkach GaAs znanymi w 2008 roku [6, 7]. Oznaczało to po prostu, że pola  $B$  w tych doświadczeniach nie były “wystarczająco wysokie”, ale wobec braku teorii działającej dla skończonych pól  $B$  trudno było powiedzieć więcej na ten temat. Prace [H2,H3] powstały w celu zapełnienia tej luki.

##### *Hamiltonian efektywny i teoria diagramów pierścieniowych*

Punktem wyjścia dla teorii jest Hamiltonian efektywny  $\tilde{H}$  opisujący oddziaływania mediowane przez elektron [56, 62], który uzyskujemy z pełnego Hamiltonianu oddziaływania nadsubtelnego przy użyciu transformacji kanonicznej,  $\tilde{H} = e^{\hat{S}} \hat{H} e^{\hat{S}}$ , gdzie  $\hat{S}$  jest antyhermitowskim operatorem wybranym tak, aby usunąć  $\hat{V}_{\text{ff}}$  z oddziaływania danego wzorem (4). W najniższym nietrywialnym

<sup>8</sup>Definicją “wystarczalności” jest tu poprawne wyznaczenie czasu zaniku koherencji  $T_2$ .

$$\begin{aligned}
\text{a) } W^{(2)} &= -\frac{1}{2} \times \text{diagram} = -\frac{1}{2} \sum_{k \neq l} T_{kl} T_{lk} \\
\text{b) } W^{(3)} &= \frac{(-i)^3}{3!} \times 2 \times \text{diagram} = \frac{i}{3} \sum_{k \neq l \neq m} T_{kl} T_{lm} T_{mk} \\
\text{c) } W^{(4)} &\approx \frac{(-i)^4}{4!} \left( 6 \times \text{diagram} + 3 \times \text{diagram} \times \text{diagram} \right) \\
\text{d) } W &\approx \exp \left( \frac{(-i)^2}{2} \text{diagram} + \frac{(-i)^3}{3} \text{diagram} + \frac{(-i)^4}{4} \text{diagram} + \dots \right)
\end{aligned}$$

Rysunek 2: Diagramy pierścieniowe najniższych rzędów pojawiające się w rozwinięciu perturbacyjnym  $W(t)$ . Zaadaptowane z [H3].

rzędzie względem  $\hat{V}_{\text{ff}}$  mamy  $\hat{S} = \frac{2}{\Omega} \hat{V}_{\text{ff}} \hat{S}^z$ , stosując które otrzymujemy

$$\tilde{H}^{(2)} = \hat{S}^z \sum_{i,j} \frac{A_i A_j}{4\Omega} (\hat{J}_i^+ \hat{J}_j^- + \hat{J}_i^- \hat{J}_j^+) . \quad (22)$$

Należy zauważyć, że transformacja stanów,  $|\tilde{\psi}\rangle = e^{-\hat{S}} |\psi\rangle$ , która w zasadzie powinna być wykonana wraz z transformacją Hamiltonianu, jest tutaj pominięta. Jest to standardowy krok, który był uzasadniany w sposób przybliżony w literaturze [56], lecz zastosowanie go jest ciągle przedmiotem dyskusji (w podrozdziale 4.2.7 znajduje się dłuższe omówienie tej kontrowersji). Krok ten jednak doprowadził do teorii, która prawidłowo przewidziała wyniki doświadczeń echa spinowego w niskich polach, co można uznać za empiryczne potwierdzenie słuszności tego przybliżenia.

Powyższa transformacja ma sens jedynie dla  $\Omega \gg \sigma$ , gdyż małym parametrem kontrolującym stosowalność Hamiltonianu efektywnego jest

$$\delta \equiv \frac{\sigma}{\Omega} . \quad (23)$$

Można to zrozumieć stosując poniższy klasyczny argument. W obecności pola  $\mathbf{h}$  oś kwantyzacji kubitów oraz jego rozszczepienie energetyczne, są zaburzone. Jeżeli zaniedbamy odchylenie osi kwantyzacji (co odpowiada zaniedbaniu transformacji stanów wspomnianej powyżej), musimy wziąć pod uwagę jedynie wpływ  $\mathbf{h}$  na rozszczepienie, który dany jest przez:

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{(\Omega + h_z)^2 + h_{\perp}^2} \approx \Omega + h_z + \frac{h_{\perp}^2}{2\Omega} , \quad (24)$$

gdzie założyliśmy  $\Omega \gg \sigma$  (przypominam, że  $\sigma$  jest dobrym oszacowaniem maksymalnej wartości  $h_{\perp}$ ). Łatwo jest przekonać się, że operator (22) jest kwantowym odpowiednikiem członu  $h_{\perp}^2/2\Omega$  w równaniu (24).

Funkcję utraty spójności zapisujemy teraz w postaci analogicznej do tej z równania (19)

$$W(t) = \left\langle \mathcal{T}_C \exp \left( -i \int_C c f_t(\tau) \tilde{\mathcal{V}}(\tau_c) d\tau_c \right) \right\rangle , \quad (25)$$

gdzie  $\tilde{\mathcal{V}}$  to 1/2 razy  $\tilde{H}^{(2)}$  zapisany w obrazie oddziaływania zdefiniowanym w równaniu (20). Należy zwrócić uwagę na pojawienie się zmiennej konturowej  $c = \pm$  oraz funkcji filtrującej  $f_t(\tau)$  w wykładniku: ich obecność wynika z tego, iż efektywne oddziaływanie ma znak określony przez  $S^z$ .

Obliczenie członów najniższego rzędu w rozwinięciu klastrowym (które działało dla dipolowych oddziaływań pomiędzy spinami kąpieli, patrz podrozdział 4.2.3) nie jest teraz dobrym

przybliżeniem, gdyż oddziaływanie z równania (22) sprzęga ze sobą *wszystkie*  $N$  spinów. Długozasięgowa natura tego oddziaływania pozwala nam jednak uzyskać inne rozwiązanie problemu. W rozwinięciu równania (25) napotykamy średnie iloczynów wielu operatorów  $J_k^\pm$ . Zarówno dla kąpieli w stanie termicznym, jak i w stanie zawężonym, każdy operator  $J_k^+$  musi być sparowany z odpowiednim  $J_k^-$  aby średnia danego wyrażenia nie zniknęła. Najważniejsza jednak jest następująca obserwacja: ponieważ  $N$  spinów jest sprzężonych ze sobą, w  $k$ -tym rzędzie rozwinięcia mamy  $\sim N^k$  członów zawierających *maksymalną* liczbę operatorów związanych z *różnymi* spinami jądrowymi. Członki te nazywamy *diagramami pierścieniowymi*, i są one wiodącego rzędu w rozwinięciu  $1/N$  średnich<sup>9</sup> pojawiających się przy obliczaniu (25). Łatwo jest je obliczyć, ponieważ w wiodącym rzędzie w rozwinięciu  $1/N$  mamy do czynienia z sytuacją, w której wszystkie pary indeksów spinowych są różne, tak więc operatory spinowe pod znakiem średniej spełniają relację komutacyjną  $\langle [J_k^+, J_l^-] \rangle = 2pJ\delta_{kl}$ , w której  $p$  jest średnią polaryzacją spinu jądrowego. W przypadku gdy  $p=0$ , który rozważany był w [H2-H4], operatory spinowe efektywnie komutują, czyli przy obliczaniu wartości diagramów pierścieniowych możemy korzystać z twierdzenia Wicka. Ponadto diagram pierścieniowy pojawiający się w  $k$ -tym rzędzie rozwinięcia,  $R_k$ , jest nieredukowalny, i po chwili zastanowienia nad czynnikami kombinatorycznymi (patrz Rys. 2) otrzymujemy:

$$W(t) \approx \exp \left( \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-i)^k}{k} R_k(t) \right). \quad (26)$$

Wzór na  $R_k$  ma strukturę cykliczną (uzasadniającą nazwę nadaną diagramom z tej klasy):

$$R_k = \sum_{i_1 \neq i_2 \neq \dots \neq i_k} T_{i_1 i_2}(t) \dots T_{i_k i_1}(t) \approx \text{Tr}[\mathbf{T}(t)]^k, \quad (27)$$

gdzie  $T_{kl}$  jest macierzą daną przez

$$T_{kl}(t) = \sqrt{\langle J_k^+ J_k^- \rangle \langle J_l^+ J_l^- \rangle} \int_{\mathcal{C}} cf(t; \tau) \tilde{\mathcal{V}}(\tau_c) d\tau_c. \quad (28)$$

Obliczenie dynamiki koherencji wymaga więc diagonalizacji macierzy o wymiarze  $N \times N$ . Możemy jednak jeszcze bardziej uprościć rachunki. Zamiast pełnej macierzy  $T$  możemy użyć efektywnej “gruboziarnistej” macierzy  $\tilde{T}$ , która pojawia się, gdy przepisujemy równanie (27) zastępując sumę po spinach jądrowych całką po odpowiednio zdefiniowanej gęstości sprzężeń,  $\rho(A)$ , a następnie przybliżymy  $\rho(A)$  przez rozkład odpowiadający “schodkowej” funkcji falowej (czyli gdy pogrupujemy spiny jądrowe w kilka podzbiorów, którym przypiszemy takie same stałe sprzężenia). Łatwo można przekonać się, jaka liczba takich podgrup spinów,  $M$ , wystarczy dla uzyskania dobrego przybliżenia dla  $W(t)$  na danej skali czasu. Na przykład, gdy  $t \ll N/A$ , możemy spokojnie wziąć  $M=1$ , więc dla kąpieli z  $N_J$  typami spinów jądrowych ( $N_J=3$  w GaAs) możemy wtedy przeprowadzić obliczenia z macierzą  $\tilde{T}$  o wymiarze  $N_J \times N_J$ .

### **Wyniki dla swobodnej ewolucji w zawężonym stanie kąpieli (NFID)**

W przypadku NFID macierz  $T$  ma następującą prostą postać dla czasów  $t \ll 1/(A_k - A_l)$ ,  $1/(\omega_k - \omega_l)$ :

$$T_{kl} \approx \langle J_\alpha^+ J_\alpha^- \rangle \frac{A_k A_l}{2\Omega} t. \quad (29)$$

Z niej otrzymujemy:

$$R_k(t) = \sum_{\alpha} \left( \frac{n_{\alpha} \frac{1}{3} J_{\alpha} (J_{\alpha} + 1) A_{\alpha}^2 t}{N\Omega} \right)^k \equiv (\eta t)^k, \quad (30)$$

<sup>9</sup> Istnieje bliski związek pomiędzy przedstawionym tu rozwiązaniem a znanymi metodami liczenia sumy statystycznej w modelu Isinga z dalekozasięgowymi oddziaływaniami [63]. Nowością tutaj jest to, iż uśredniamy uogólniony eksponens.

gdzie wykorzystano to, że w niespolaryzowanej kąpeli mamy  $\langle J_\alpha^+ J_\alpha^- \rangle = \frac{2}{3} J_\alpha (J_\alpha + 1)$ . Możemy teraz wypisać wszystkie człony rozwinięcia w wykładniku w równaniu (26). Zauważyć następnie należy, iż pojawiające się szeregi definiują funkcje, które mogą być analitycznie przedłużone dla dowolnych wartości  $t$ . W ten sposób otrzymujemy

$$W_{NFID}(t) = e^{-i(\Omega+h_z)t} \frac{e^{-i \arctan \eta t}}{\sqrt{1 + \eta^2 t^2}}. \quad (31)$$

Wynik ten można też uzyskać przez wykonanie klasycznej średniej po kwazi-statycznym rozkładzie pól  $h_\perp$  [H5]. Biorąc wyrażenie na rozszczepienie energetyczne kubitu (24) mamy

$$\langle e^{-i\tilde{\Omega}t} \rangle = e^{-i(\Omega+h_z)t} \int \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-h_\perp^2/2\sigma^2} e^{-ith_\perp^2/2\Omega} d^2h_\perp = e^{-i(\Omega+h_z)t} \frac{1}{1 + it\frac{\sigma^2}{\Omega}}, \quad (32)$$

co jest dokładnie tożsame z wynikiem z równania (31). Należy jedynie zauważyć, że stosując równanie (11) mamy  $\eta = \sigma^2/\Omega$ , zaś  $\cos \arctan \eta t = 1/\sqrt{1 + \eta^2 t^2}$ , a  $\sin \arctan \eta t = \eta t/\sqrt{1 + \eta^2 t^2}$ . Widzimy więc tutaj, że wysumowanie wszystkich diagramów pierścieniowych odpowiada wykonaniu gaussowskiej średniej po fazie, która jest proporcjonalna do kwadratu zmiennej stochastycznej. Analogiczną strukturę napotkamy w rozdziale 4.3.2.

Dla długich czasów,  $t \gg N/\mathcal{A}$ , mamy zupełnie inną sytuację. Otrzymujemy wtedy następujące wyrażenie na  $R_k^\alpha$  dla spinów jądrowych typu  $\alpha$ :

$$R_k^\alpha = n_\alpha^k a_\alpha^k \int dA_1 \dots \int dA_k \rho_\alpha(A_1) \dots \rho_\alpha(A_k) \frac{A_1^2 \dots A_k^2}{(2\Omega)^2} \frac{\sin A_{12}t}{A_{12}} \frac{\sin A_{23}t}{A_{23}} \dots \frac{\sin A_{k1}t}{A_{k1}} \quad (33)$$

w którym  $A_{kl} = (A_k - A_l)/2$ ,  $a_\alpha \equiv \frac{2}{3} J_\alpha (J_\alpha + 1)$ , zaś gęstość sprzężeń  $A_k$  jest dana przez

$$\rho_\alpha(A) = \frac{1}{\nu_0} \int_V \delta[A - \mathcal{A}_\alpha |\Psi(\mathbf{r})|^2] d^3r. \quad (34)$$

W [H2,H3] zaprezentowano wyniki obliczeń numerycznych, które pokazały, iż dla  $\mathcal{A}/\Omega \ll 1$  (tzn. dla  $B$  większego od paru tesli w GaAs), człon  $R_2$  dominuje nad wszystkimi pozostałymi.<sup>10</sup> Ponieważ dla  $A_{kl}t \rightarrow \infty$  mamy  $\text{sinc}^2 A_{kl}t \rightarrow \frac{\pi}{t} \delta(A_{kl})$ , otrzymujemy:

$$R_2^\alpha \approx t \frac{\pi a_\alpha^2 n_\alpha^2}{2\Omega^2} \int \rho_\alpha^2(A) A^4 dA \equiv \frac{2t}{T_{2,\text{long}}^\alpha}, \quad (35)$$

a wynik dla funkcji utraty spójności dla wysokich pól (dla których zanik zaiste zachodzi dla długich czasów) jest dany przez

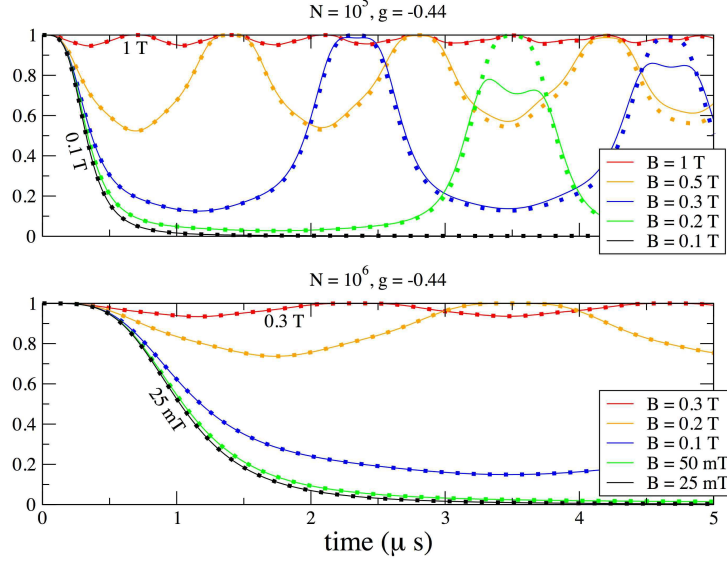
$$W_{NFID}(t \gg N/\mathcal{A}) \approx \exp\left(-\frac{t}{T_{2,\text{long}}}\right), \quad (36)$$

gdzie  $T_{2,\text{long}}^{-1} = \sum_\alpha (T_{2,\text{long}}^\alpha)^{-1}$ . Zauważmy, że  $T_{2,\text{long}} \sim N\Omega^2/\mathcal{A}^3$ , czyli charakterystyczny czas zaniku koherencji w tym reżimie jest o czynnik  $\Omega/\mathcal{A}$  dłuższy, niż czas połowicznego zaniku ( $\sim 1/\eta \sim N\Omega/\mathcal{A}^2$ ) w niskich polach. Zgodnie z oczekiwaniami,  $T_{2,\text{long}}$  zależy od kształtu funkcji falowej elektronu, tzn. od rozkładu sprzężeń  $A_k$ , który determinuje czynnik liczbowy mnożący  $N\Omega^2/\mathcal{A}^3$  [H3].

### **Zanik sygnału echa spinowego**

Zauważmy najpierw, że dla kąpeli zawierającej jądra tylko jednego typu, lub gdy flip-flopy pomiędzy spinami jądrowymi różnych typów są wzbronione przez niedopasowanie ich energii

<sup>10</sup>Później wyprowadziłem analityczne wzory na wszystkie  $R_k$  w tym reżimie, ale wynik ten pozostaje nieopublikowany. Potwierdza on wnioski wyciągnięte z obliczeń numerycznych w [H2,H3].



Rysunek 3: Funkcja dekoherencji dla echa spinowego,  $W_{SE}(t)$  in GaAs. Kropkowana linia otrzymana jest w granicy  $\mathcal{A}/N \ll \omega_{\alpha\beta}, 1/t$ , gdy  $W(t) = [1 + \frac{1}{2}R_2(t)]^{-1}$ , zaś ciągłe linie to wyniki obliczeń numerycznych, w których diagonalizowano odpowiednio dużą (dla osiągnięcia zbieżności) macierz  $\tilde{T}$ . Różnice pomiędzy tymi dwoma rachunkami widoczne są na mikrosekundowej skali czasu dla mniejszej kropki kwantowej (górny panel,  $N = 10^5$ ), ale są one zaniedbywalne dla większej kropki (dolny panel,  $N = 10^6$ ). Zaadaptowano z [H3].

zeemanowskich w bardzo wysokim polu  $B$ , sekwencja echa spinowego *całkowicie* niweluje wpływ efektywnego Hamiltonianu (22). Można łatwo przekonać się, że gdy oddziaływanie opisane tym Hamiltonianem komutuje z członem zeemanowskim, iloczyn operatorów ewolucji pod średnią w równaniu (18) wynosi 1, przez co  $W_{SE}(t) = 1$ . Oznacza to, że  $\tilde{H}^{(2)}$  może prowadzić do zaniku sygnału echa spinowego jedynie w niskich polach magnetycznych, w których flip-flopy pomiędzy spinami różnych typów mają znaczenie.

Wykorzystując opisany powyżej formalizm łatwo jest wyprowadzić wyrażenie na macierz  $T$  oraz na  $R_k$  dla echa spinowego. Dla krótkich czasów, i dla niezbyt niskich pól  $B$ , dla których  $\omega_{kl} \gg A_{kl}$ , gruboziarnista macierz  $\tilde{T}$  ma wymiar  $N_J \times N_J$ :

$$\tilde{T}_{\alpha\beta} = (1 - \delta_{\alpha\beta}) \sqrt{a_\alpha a_\beta} \sqrt{n_\alpha n_\beta} \frac{A_\alpha A_\beta}{N\Omega} \frac{2i}{\omega_{\alpha\beta}} e^{i\omega_{\alpha\beta}t/2} \sin^2 \frac{\omega_{\alpha\beta}t}{4}. \quad (37)$$

W GaAs mamy  $N_J = 3$ , i diagonalizacja powyższej macierzy daje nam:

$$W_{SE} \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2}R_2(t)}, \quad (38)$$

w którym:

$$R_2(t) = \sum_{\alpha \neq \beta} \frac{4A_\alpha^2 A_\beta^2}{N^2 \Omega^2 \omega_{\alpha\beta}^2} n_\alpha n_\beta a_\alpha a_\beta \sin^4 \frac{\omega_{\alpha\beta}t}{4}. \quad (39)$$

Podkreślam, że wynik ten jest wynikiem nietrywialnego wysumowania  $R_k$  ze wszystkich rzędów rozwinięcia kumulacyjnego. W drugim rzędzie tegoż rozwinięcia mamy  $W(t) \approx \exp[-\frac{1}{2}R_2(t)]$  (co jest rozwiązaniem podanym w [56]). W równaniu (38) pojawia się jedynie  $R_2$ , ale wynika to z tego, że dla krótkich czasów  $R_k$  wyższych rzędów mogą być wyrażone przez  $R_2$ .

Na Rys. 3 pokazano przykładowe obliczenia  $W_{SE}(t)$  dla kropek z GaAs zawierających  $N = 10^5$  i  $10^6$  spinów jądrowych. W polu  $B \leq 0.1$  T sygnał echa ulega praktycznie nieodwracalnemu zanikowi w ciągu około mikrosekundy, co jest wynikiem zgodnym z pomiarami echa wykonanymi



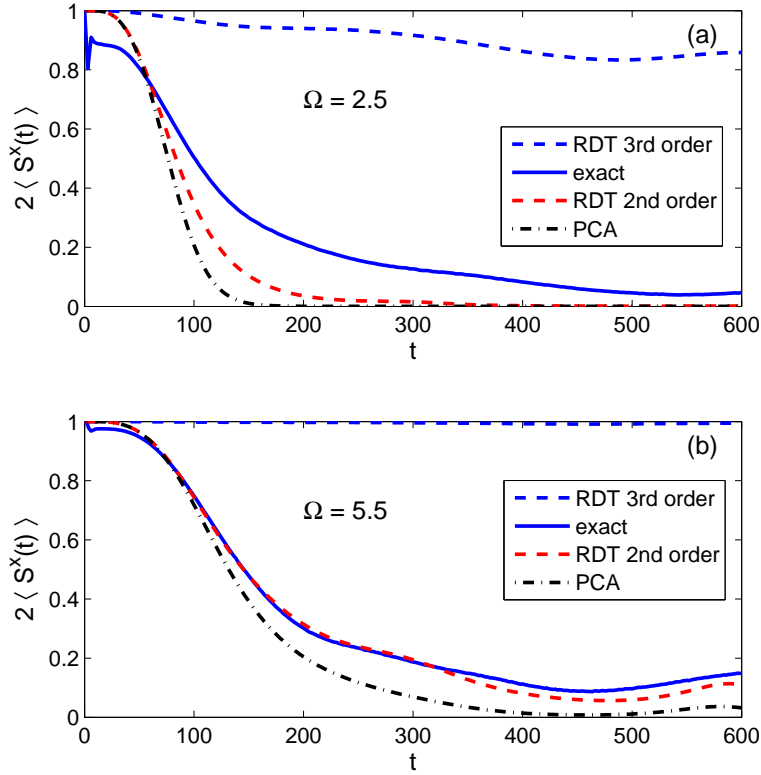
w tak niskich polach [7]. Dla nieco wyższych pól  $B$  widać za to kwazi-periodyczne zachowanie sygnału. Wynika ono z tego, że w GaAs częstości Larmora dla trzech typów spinów jądrowych (Ga oraz dwóch izotopów As) są w przybliżeniu współmierne. Ten niemal periodyczny charakter sygnału echa spinowego w GaAs był głównym przewidywaniem prac [H2,H3]. W dwa lata po umieszczeniu pracy [H2] jako preprintu w sieci, przewidywanie to zostało potwierdzone w doświadczeniach na podwójnych kropkach kwantowych z GaAs [8].

Powyżej opisałem kwantowo-mechaniczną teorię dekoherencji wywołanej oddziaływaniami mediowanymi przez elektron. Należy jednak podkreślić, iż charakterystyczne cechy sygnału echa (które widoczne są już dla krótkich czasów,  $t \ll N/A$ ) można opisać w sposób półklasyczny [64]. Dla krótkich czasów, równania (38) i (39) można otrzymać traktując pola Overhausera pochodzące od różnych typów jąder jako trzy klasyczne wektory, które dokonują precesji wokół zewnętrznego pola  $B$ . Klasyczny Hamiltonian efektywny jest drugiego rzędu w  $h_x$  i  $h_y$ , co w prosty sposób uzasadnia zaistnienie nieliniowego mieszania się częstości precesji. Obserwacja ta ponownie prowadzi nas do tego, że teoria diagramów pierścieniowych (TDP) zastosowana do  $\tilde{H}^{(2)}$  jest kwantowym uogólnieniem wykonania gaussowskiej średniej po fazach proporcjonalnych do kwadratu zmiennej stochastycznej. Z formalnego punktu widzenia, to przybliżenie  $1/N$  prowadzi do “gaussyfikacji” kąpieli jądrowej.

#### 4.2.5 Porównanie wyników TDP z dokładnymi symulacjami numerycznymi układu 20 spinów jądrowych w bardzo niskich polach

Zanim jeszcze przewidywania TDP w przypadku echa spinowego zostały potwierdzone doświadczeniem, porównaliśmy wyniki otrzymane w ramach tego podejścia z dokładnymi symulacjami numerycznymi [H4]. Symulacje te przeprowadzono dla układu elektronu i  $N = 20$  spinów jądrowych, wykorzystując metodę opartą na rozwinięciu operatora ewolucji na wielomiany Czebyszewa [29]. W reżimie, w którym TDP powinna działać, tzn. dla  $\delta \ll 1$ , otrzymaliśmy dobrą zgodność pomiędzy dokładną numeryką (zajmującą kilka godzin czasu obliczeniowego), a wynikami otrzymanymi w ramach TDP przez diagonalizację macierzy  $20 \times 20$ . Poziom zgodności widać na Rys. 4, gdzie symulacje numeryczne porównane są z TDP wykorzystującą oddziaływanie efektywne najniższego rzędu (które opisałem powyżej) i oddziaływanie pojawiające się w następnym rzędzie rozwinięcia  $\tilde{H}_{\text{eff}}$  w potęgę  $\hat{V}_{\text{ff}}$ , oraz z “przybliżeniem skorelowanych par” z [56], w ramach którego trzymamy jedynie  $R_2$  w rozwinięciu kumulantowym. Oscylacja sygnału echa wynikająca z niezerowego  $\omega_{\alpha\beta}$  jest tutaj nieobecna. Wynika to z tego, iż warunek  $\omega_{\alpha\beta} \gg A_{kl}$ , który spełniony jest w szerokim zakresie pól magnetycznych w rzeczywistych kropkach, a który jest konieczny dla pojawienia się wyraźnej oscylacji, jest tutaj złamany. TDP działa jednak dobrze o ile tylko  $\delta \ll 1$ . Stwierdziliśmy za to, że jakościowa różnica pomiędzy charakterem zaniku echa spinowego w kąpieli hetero-jądrowej i homo-jądrowej jest ciągle obecna nawet dla  $\delta = 1$  (tzn. dla  $\Omega = 1$  w jednostkach stosowanych w [H4]), co widać na Rys. 5.

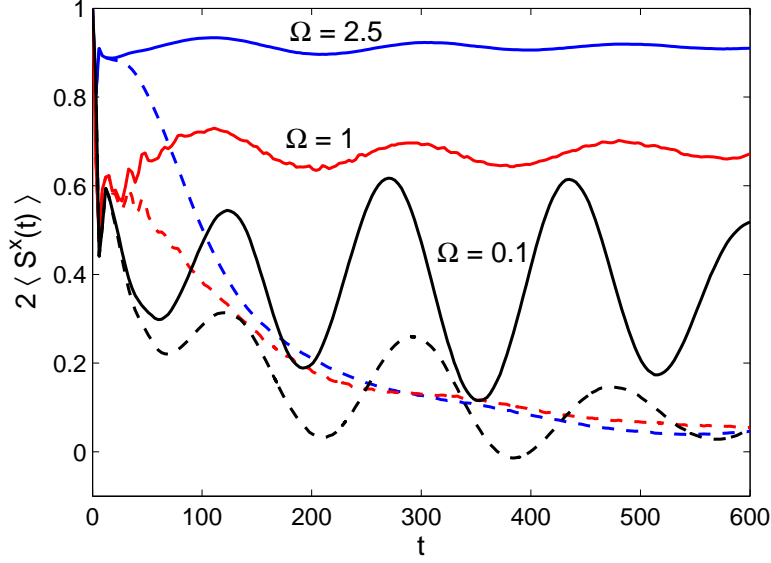
Symulacje numeryczne pokazują, że dla niskich pól  $B$  (dla  $\delta > 1$ ) sygnał echa spinowego w *homo-jądrowej* kąpieli oscyluje w widoczny sposób z częstością odpowiadającą częstości precesji Larmora spinów jądrowych,  $\omega$  (ciągle linie na rysunku 5). Podobnie wyglądające zjawisko znane jest w literaturze pod nazwą elektronowych modulacji obwiedni echa spinowego (Electron Spin Echo Envelope Modulation, czyli ESEEM) [65–67], i wiadomo, że pojawia się ono w obecności *anizotropowych* oddziaływań nadsztylnych, tzn. członów typu  $S^z J^x$ . Chociaż członów takich nie ma w naszym Hamiltonianie, można uzasadnić ich efektywne zaistnienie w niskich  $\Omega$ . Dla jasności wyводу skupmy się na reżimie  $\delta \ll 1$ , w którym oscylacja jest już widoczna (patrz wynik dla  $\Omega = 2.5$  na Rys. 5). Jak wcześniej parokrotnie wspominałem, pole Overhausera o losowym kierunku prowadzi do odchylenia o kąt proporcjonalny do  $\delta$  osi, wokół której obraca się spin elektronu, co prowadzi do szybkiego zaniku koherencji o czynnik  $1 - \delta^2$ . Ta “utrata widoczności sygnału” widoczna jest na Rys. 4 i 5. Mamy więc następującą sytuację: spin elektronu obraca się z częstością  $\approx \Omega$  wokół zaburzonej osi  $z'$ , a jego precesja jest tak szybka, że jego wpływ na spiny jądrowe uśrednia się do zera, tak więc spiny jądrowe po prostu dokonują precesji z często-



Rysunek 4: Porównanie pomiędzy wynikami dokładnych symulacji numerycznych (ciągłe linie) zaniku echa spinowego, a wynikami obliczeń analitycznych: TDP (opisane angielską nazwą RDT na rysunku) wykorzystującej Hamiltoniany efektywne drugiego i trzeciego rzędu, oraz przybliżenia skorelowanych par (PCA). Jednostki są zdefiniowane przez relację  $\sum_k A_k^2 = 1$  ( $z$  losowo dobranymi  $A_k$  podanymi w [H4]), przez co jednostką  $\Omega$  jest  $1/\delta$ , a jednostką czasu jest  $T_2^*/\sqrt{8}$ . 20 spinów jądrowych podzielonych jest na trzy grupy (zawierające 10, 6, i 4 spinów) odpowiadające trzem typom spinów z  $\omega_\alpha = 0.02526, 0.0354, \text{ i } 0.045$ . Widać, że zgodność pomiędzy TDP wykorzystującym Hamiltonian efektywny drugiego rzędu a ścisłym wynikiem jest bardzo dobra dla  $\Omega \gg 1$ . Zaadaptowano z [H4].

ścią  $\omega$  wokół oryginalnej osi  $z$ . Jeżeli obrócimy układ współrzędnych tak, aby oś  $z'$  była osią kwantyzacji dla elektronu, człon  $AS^zJ^z$  po transformacji będzie zawierał efektywnie anizotropowe oddziaływanie  $\sim S^{z'}J^{x'}$ . W taki oto sposób anizotropowe oddziaływanie jest dynamicznie wytworzone podczas ewolucji spinu elektronu silnie sprzężonego z kąpielą jądrową.

Powyższe półklasyczne wytłumaczenie sugeruje, iż oscylacja sygnału z częstością  $\omega$  powinna pojawić się też w obliczeniach opartych na uproszczonym modelu, w którym wszystkie sprzężenia  $A_k$  są równe  $A = \mathcal{A}/N$ . To oczywiście odpowiada założeniu “pudełkowego” kształtu funkcji falowej elektronu. Taki model może być analitycznie rozwiązany w przypadku istnienia tylko jednego typu spinów jądrowych. Hamiltonian oddziaływania nadsubtelnego jest wtedy dany przez  $AS \cdot \mathbf{J}$ , gdzie  $\mathbf{J} = \sum_k \mathbf{J}_k$  jest operatorem całkowitego spinu  $N$  jąder. Możemy wówczas pracować w bazie stanów własnych  $\mathbf{J}^2$  i  $J^z$ . Dla  $J_k = 1/2$  jest to znana z optyki kwantowej baza stanów Dickego [68]:  $|\gamma_j, j, m\rangle$  dla których  $\mathbf{J}^2 |\gamma_j, j, m\rangle = j(j+1) |\gamma_j, j, m\rangle$  i  $J^z |\gamma_j, j, m\rangle = m |\gamma_j, j, m\rangle$ , i gdzie  $\gamma_j$  jest zestawem liczb kwantowych opisujących, w jaki sposób dodano do siebie  $N$  spinów aby otrzymać stan z danym  $j$ . Hamiltonian oddziaływania nadsubtelnego jest diagonalny w indeksach  $\gamma_j$ , i



Rysunek 5: Zanik echa spinowego w hetero-jądrowej kropce (linie przerywane, parametry jak na Rys. 4) oraz w homo-jądrowej kropce (linie ciągłe), w której wszystkie spiny jądrowe mają  $\omega = 0.0354$ . Zaadaptowane z [H4].

musimy jedynie znać degenerację  $D_j$  podprzestrzeni o danym  $j$  [69]:

$$D_j = \frac{N!}{(N/2 - j)!(N/2 + j)!} \frac{2j + 1}{N/2 + j + 1} . \quad (40)$$

Ścisłe rozwiązanie jest możliwe, gdyż oddziaływanie nadsubtelne sprzęga jedynie pary stanów,  $|\pm, \gamma_j, j, m\rangle$  oraz  $|\mp, \gamma_j, j, m \pm 1\rangle$ , w których pierwsza liczba kwantowa odpowiada wartości własnej  $\sigma_z$  spinu centralnego. Zależność od czasu sygnału echa można więc otrzymać poprzez obliczenie dynamiki we wszystkich dwuwymiarowych podprzestrzeniach:

$$W_{SE}(t) = \sum_{j=0}^{N/2} \sum_{m=-j}^j \frac{D_j}{2^N} f_{jm}(t) , \quad (41)$$

gdzie  $f_{jm}(t)$  jest funkcją elementów macierzywnych operatora ewolucji w odpowiedniej podprzestrzeni (pełny wzór podany jest w [H4]).<sup>11</sup> Wyniki uzyskane w tym modelu są zgodne z wynikami numerycznych symulacji modelu z różnymi  $A_k$  nawet dla  $\Omega \ll 1$  [H4]. Z “modelem pudełkowym” ponownie spotkamy się w kontekście NFID w podrozdziale 4.2.7.

#### 4.2.6 Teoria utraty spójności kwantowej stanów dwuspinowych w podwójnych kropkach kwantowych

Wiele z doświadczeń dotyczących kontroli spinów w bramkowanych kropkach kwantowych jest przeprowadzanych na podwójnych kropkach zawierających dwa elektrony. Układ taki jest utrzymywany w ładunkowym stanie (1,1) (gdzie  $(n_L, n_P)$  oznacza liczbę elektronów w lewej (L) i prawej (P) kropce), a pełna koherentna kontrola możliwa jest dla stanów z podprzestrzeni zawierającej singlet ( $S$ ) oraz niespolaryzowany tryplet ( $T_0$ ) [70]. Stany te można więc zidentyfikować z dwoma stanami logicznego kubitu singletowo-trypletowego ( $S-T$ ) [6, 10, 14]. Pierwsze pomiary

<sup>11</sup>Tak proste rozwiązanie jest niemożliwe w przypadku hetero-jądrowym, w którym mamy oddziaływanie dane przez  $\sum_{\alpha} A_{\alpha} \mathbf{S} \cdot \mathbf{J}_{\alpha}$ . Ewolucja rozpoczynająca się od danego stanu  $|\sigma_z\rangle \prod_{\alpha} |j_{\alpha}, m_{\alpha}\rangle$  odbywa się wówczas w wielowymiarowej podprzestrzeni o ustalonym  $\sigma_z/2 + \sum_{\alpha} m_{\alpha}$ .

dynamiki echa spinowego w GaAs były wykonane w takiej właśnie strukturze dwukropkowej [6], w której potwierdzono również przewidywania TDP dla niskich pól  $B$  [8]. W podrozdziale tym opiszę zmiany, jakie należy wprowadzić do wcześniej opisanej teorii, aby móc zastosować ją do dwóch elektronów w podwójnej kropce. Opiszę tu również przewidywania dotyczące dekoherencji superpozycji singletu i trypletu w reżimie dużego rozszczepienia energetycznego pomiędzy tymi stanami, który był niedawno zbadany po raz pierwszy doświadczalnie [25, 71].

Fizyka inicjalizacji, manipulacji, i odczytu stanów kwantowych w podwójnych kropkach jest bardzo bogatym tematem [14], więc opiszę tutaj jedynie kilka podstawowych faktów koniecznych do przedstawienia teorii dekoherencji kubitu logicznego.

Kubit ten najłatwiej jest zainicjalizować w stanie  $S$  (choć stworzenie superpozycji  $S$  oraz  $T_0$  jest również możliwe poprzez adiabatyczne sprowadzenie układu do stanu podstawowego Hamiltonianu oddziaływania nadsubtelnego [71]), a najbardziej naturalnym pomiarem jest pomiar rzutowy na  $S$ . Rozszczepienie  $\Delta_{ST}$  pomiędzy  $S$  a  $T_0$  jest kontrolowane przez napięcia przyłożone do bramek definiujących dwie kropki. Napięcia te zmieniają odstrojenie energetyczne pomiędzy stanami jednoelektronowymi w kropkach, przez co wpływają one na wirtualne procesy tunelowania pomiędzy kropkami, które w drugim rzędzie rachunku zaburzeń obniżają energię singletu względem energii stanów trypletowych (proces ten jest koncepcyjnie bardzo bliski procesowi prowadzącemu do nadwymiany z podwójnie obsadzonym stanem w jednej z kropek grającym rolę stanu pośredniego), oraz modyfikują one przekrycie pomiędzy orbitalami zlokalizowanymi w obu kropkach, co zmienia wartość wkładu bezpośredniej wymiany do rozszczepienia  $\Delta_{ST}$ . Aby wykonać obrót pomiędzy stanami  $S$  i  $T_0$ , musimy mieć kontrolę nad gradientem składowej  $z$  pola magnetycznego. Najczęściej jest to gradient wynikający z różnej wartości średniego pola Overhausera  $h^z$  w obu kropkach (wynikający z tego, iż spiny jądrowe w obu kropkach zostały w odpowiedni sposób spolaryzowane). Manipulacja stanów kubitu  $S - T$  przy użyciu takiej różnicy pól Overhausera została doświadczalnie opanowana [10, 70].

Pracujemy w podprzestrzeni rozpiętej przez orbitale stanu podstawowego w obu kropkach,  $\Psi_L(\mathbf{r})$  i  $\Psi_P(\mathbf{r})$ . Wziąwszy pod uwagę stan ładunkowy  $(1, 1)$ , otrzymujemy cztery stany rozpinające tę podprzestrzeń: singlet  $|S\rangle = \psi_S \otimes (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$  oraz stany trypletowe  $|T_{+,0,-}\rangle = \psi_{AS} \otimes (|\uparrow\uparrow\rangle, (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}, i |\downarrow\downarrow\rangle)$ . Orbitalne funkcje  $\psi_{S/AS}$  to symetryczne i antysymetryczne kombinacje stanów  $\Psi_L(\mathbf{r})$  i  $\Psi_P(\mathbf{r})$ . Oddziaływanie nadsubtelne dane jest przez:

$$\hat{H}_{hf} = \sum_i \mathcal{A}_{\alpha[i]} \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{J}_i \nu_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{R}_i) + \sum_i \mathcal{A}_{\alpha[i]} \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{J}_i \nu_0 \delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{R}_i), \quad (42)$$

gdzie  $\mathbf{S}_{1,2}$  to operatory spinowe dla dwóch elektronów znajdujących się w  $\mathbf{r}_{1,2}$ , a  $\mathbf{I}_i$  to operator spinowy dla jądra położonego w  $\mathbf{R}_i$ . Rzutując Hamiltonian (42) na stany bazy  $\{S, T_0, T_+, T_-\}$  otrzymujemy [72, 73] Hamiltonian elektronowy i jądrowy:

$$\hat{H}_e + \hat{H}_{hf} = \begin{pmatrix} -\Delta_{ST} & \theta_T & 0 & 0 \\ \theta_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \delta\hat{\theta} & -\sum_i \frac{B_i}{\sqrt{2}} J_i^+ & \sum_i \frac{B_i}{\sqrt{2}} J_i^- \\ \delta\hat{\theta} & 0 & \sum_i \frac{C_i}{\sqrt{2}} J_i^+ & \sum_i \frac{C_i}{\sqrt{2}} J_i^- \\ -\sum_i \frac{B_i}{\sqrt{2}} J_i^- & \sum_i \frac{C_i}{\sqrt{2}} J_i^- & \delta\hat{\mu} & 0 \\ \sum_i \frac{B_i}{\sqrt{2}} J_i^+ & \sum_i \frac{C_i}{\sqrt{2}} J_i^+ & 0 & -\delta\hat{\mu} \end{pmatrix}, \quad (43)$$

W powyższym Hamiltonianie mamy  $B_i = \frac{1}{2}(A_i^L - A_i^P)$  oraz  $C_i = \frac{1}{2}(A_i^L + A_i^P)$ , w których  $A_i^{L/P} = \mathcal{A}_{\alpha[i]} |\Psi_{L/P}(\mathbf{r})|^2$ . Całkowity efektywny gradient pola (Overhausera oraz zewnętrznego pola magnetycznego) to  $\theta_T$ , całkowite średnie pole to  $\mu_T$ , a człony opisujące fluktuacje tych pól to  $\delta\hat{\theta} \equiv \sum_i B_i (I_i^z - \langle I_i^z \rangle)$  oraz  $\delta\hat{\mu} \equiv \sum_i C_i (I_i^z - \langle I_i^z \rangle)$ .

W następnym kroku wyprowadzamy Hamiltonian efektywny w podprzestrzeni  $S-T_0$ , który można stosować gdy sprzężenie za stanami  $|T_{\pm}\rangle$  (dane przez typową poprzeczną składową różnicę pola Overhausera pomiędzy kropkami, czyli  $\sigma_{\perp}$ ) jest o wiele mniejsze od rozszczepienia energetycznego pomiędzy  $S$ ,  $T_0$ , i spolaryzowanymi stanami trypletowymi:  $\sigma_{\perp} \ll |\Delta_{ST} \pm \mu_T|, |\mu_T|$ . Po

zastosowaniu odpowiedniej transformacji kanonicznej otrzymujemy zestaw dość skomplikowanych członów nadsubtelnych drugiego rzędu, które zaburzają rozszczepienie  $S$ - $T_0$ , oraz mieszają stany  $S$  i  $T_0$ . Poniżej podsumuję główne wyniki bez podania wszystkich, raczej nudnych, szczegółów.

### Niesprężone kropki

Dla  $\Delta_{ST}=0$  spiny elektronów są od siebie niezależne. Wygodniej jest wtedy pracować w bazie stanów  $|\pm X\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|S\rangle \pm |T_0\rangle) = \{|\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle\}$ . Otrzymujemy wtedy Hamiltonian opisujący czystą utratę fazy:

$$\hat{H} \approx (\hat{V}_H + \theta_T + \delta\hat{\theta})(|+X\rangle \langle +X| - |-X\rangle \langle -X|) . \quad (44)$$

w którym

$$\hat{V}_H = -\frac{1}{8\mu_T} \sum_{i,j} (A_i^L A_j^L - A_i^R A_j^R) (I_i^+ I_j^- + J_i^- J_j^+) . \quad (45)$$

Inicjalizacja stanu  $S$  w  $\Delta_{ST}=0$  odpowiada więc inicjalizacji superpozycji stanów  $|\pm X\rangle$ , która następnie, w trakcie ewolucji, ulega defazowaniu na skutek istnienia oddziaływań nadsubtelnych pierwszego i drugiego rzędu. Dla swobodnej ewolucji (i dla długich czasów zbierania pomiarów) dominują efekty niejednorodnego poszerzenia. Koherencja wtedy zanika [6, 9] na skali czasu  $T_2^* \approx 1/\sigma_z$  na skutek istnienia członu  $\delta\hat{\theta}$  ( $\sigma_z$  to odchylenie standardowe rozkładu międzykropkowych różnic podłużnych składowych pól Overhausera). W doświadczeniu echa spinowego [6, 8] wpływ członu  $\delta\hat{\theta}$  jest za to zniwelowany i sygnał echa zanika na skutek obecności członu  $\hat{V}_H$  w równaniu (45).  $\hat{V}_H$  jest sumą dwóch komutujących członów pochodzących od dwóch niesprężonych ze sobą kropek, tak więc funkcja dekoherencji w podprzestrzeni  $S$ - $T_0$  jest teraz iloczynem funkcji utraty spójności dla dwóch pojedynczych kropek [8, 64]. Widzimy teraz ścisły związek pomiędzy zanikiem echa spinowego dla pojedynczego spinu [7], który wywołany jest przez efektywne oddziaływania opisane poprzednio, a zanikiem echa spinowego dla singletu i trypletu w  $\Delta_{ST}=0$  [6, 8]. Stosując teorię z [H2,H3] w tym przypadku należy jedynie zastąpić funkcję  $W(t)$  iloczynem dwóch takich funkcji, z których każda opisuje utratę fazy przez jeden spin w jednej z kropek.

### Przypadek $\Delta_{ST} > 0$ bez gradientu pola

Gdy  $\Delta_{ST} \gg \sigma_z, \sigma_\perp$  koncentrujemy się na dekoherencji superpozycji stanów  $|S\rangle$  i  $|T_0\rangle$ . W przypadku braku gradientu efektywnego pola  $\theta_T$ , możemy zastosować następną transformację kanoniczną. Główną cechą otrzymanego wtedy Hamiltonianu jest to, że człony linowe w polu Overhausera, które były główną przyczyną niejednorodnego poszerzenia dla pojedynczego spinu, są silnie wytłumione w obecności skończonego  $\Delta_{ST}$ . Utrata fazy superpozycji  $S$ - $T_0$  zachodzi na skutek procesów drugiego rzędu, które są kontrolowane przez  $1/\Delta_{ST}$  oraz  $1/\mu_T$ . Rozważania przedstawione w [H7] pokazały, że dla podwójnych kropek z GaAs oraz Si mamy dwa potencjalnie znaczące kanały dekoherencji wywołanej oddziaływaniami ze spinami jądrowymi. Pierwszy jest powiązany z członem  $\hat{H}_A \hat{\tau}_z$  (w którym  $\hat{\tau}_z$  jest trzecią macierzą Pauliego w bazie  $\{S, T_0\}$ ), danym przez

$$\hat{H}_A = -\frac{1}{\Delta_{ST}} \sum_{i,j} B_i B_j J_i^z J_j^z = -\frac{\delta\hat{\theta}^2}{J} . \quad (46)$$

Jak poprzednio,  $\theta = (h_L^z - h_P^z)/2$  traktujemy jako klasyczną zmienną o rozkładzie gaussowskim, i otrzymujemy funkcję dekoherencji  $W_A(t)$  w następujący sposób:

$$W_A(t) = \int \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\theta}} e^{-2\frac{\theta^2}{\sigma_z^2}} e^{2i\theta^2 t/\Delta_{ST}} d\theta = \frac{e^{\frac{i}{2} \arctan(\eta_A t)}}{(1 + \eta_A^2 t^2)^{1/4}} , \quad (47)$$

gdzie zdefiniowaliśmy  $\eta_A = \sigma_z^2/J$ . Charakterystyczny czas zaniku spójności fazowej zdefiniowany

przez  $|W_A(T_A)| = 1/e$ , wynosi:

$$T_A = \frac{e^2 \Delta_{ST}}{\sigma_z^2} = \frac{e^2 N_D \Delta_{ST}}{n_F^2 \mathcal{A}^2}, \quad (48)$$

gdzie  $N_D = (N_L^{-1} + N_R^{-1})^{-1}$  a  $n_F \leq 1$  jest członem opisującym możliwe zawężenie rozkładu różnic pól Overhausera.

Drugi ważny kanał utraty fazy jest powiązany z członem  $\hat{V}_{SS} |S\rangle \langle S|$ , który wynika z istnienia wirtualnych flip-flopów pomiędzy stanami  $S$  a  $T_{\pm}$ :

$$\hat{V}_{SS} = \frac{\Delta_{ST}}{\mu_T^2 - J^2} \sum_{i,j} B_i B_j J_i^+ J_j^- = v_{ss} \sum_{i,j} (A_i^L A_j^L + A_i^R A_j^R - A_i^L A_j^R - A_i^R A_j^L) J_i^+ J_j^-, \quad (49)$$

gdzie  $v_{ss} = \Delta_{ST}/4(\mu_T^2 - \Delta_{ST}^2)$ . Jako że jest to oddziaływanie międzyjądrowe drugiego rzędu mediowane przez elektrony, możemy zastosować do niego opisaną wcześniej TDP. Rachunki są podobne do tych dla pojedynczego spinu i NFID. Dla krótkich czasów otrzymujemy:

$$W_{SS}(t \ll 1/\omega_{\alpha\beta}) \approx \frac{e^{-i \arctan(\eta_{SS} t)}}{\sqrt{1 + (\eta_{SS} t)^2}}, \quad (50)$$

gdzie

$$\eta_{SS} = |v_{ss}| \left( \sum_{k \in L} a_k A_k^2 + \sum_{k \in R} a_k A_k^2 \right) = 2|v_{ss}|(\sigma_{\perp,L}^2 + \sigma_{\perp,R}^2) \equiv 2|v_{ss}| \sigma_{\perp}^2. \quad (51)$$

Równania te należy porównać z wcześniejszym równaniem (31). Charakterystyczna skala czasu zaniku koherencji dana jest teraz przez

$$T_{SS} = \frac{\sqrt{e^2 - 1}}{2v_{ss}} \frac{1}{\sigma_{\perp}^2} = 2\sqrt{e^2 - 1} \frac{|\mu_T^2 - \Delta_{ST}^2|}{\Delta_{ST} \sigma_{\perp}^2}. \quad (52)$$

Możemy teraz zauważyć, iż powyższe dwa mechanizmy mają odwrotne zależności od  $\Delta_{ST}$ . Utrata fazy wywołana członem  $\hat{H}_A$  jest słabsza dla większego  $\Delta_{ST}$ , ponieważ człon ten pochodzi od mieszania  $S$  z  $T_0$  przez  $\delta\hat{\theta}$  potraktowanego w drugim rzędzie rachunku zaburzeń. Z drugiej strony, człon  $\hat{V}_{SS}$  rośnie wraz ze wzrostem  $\Delta_{ST}$ . Oddziaływanie to jest sumą dwóch wkładów, które odpowiadają dwóm różnym wirtualnym procesom drugiego rzędu, w jednym z których stanem pośrednim jest  $|T_+\rangle$ , a w drugim  $|T_-\rangle$ . Dla  $\Delta_{ST} = 0$  destruktywna interferencja pomiędzy tymi dwoma wirtualnymi wzbudzeniami prowadzi do zniknięcia  $\hat{V}_{SS}$ , zaś gdy  $\Delta_{ST} \rightarrow |\mu_T|$  oddziaływanie to staje się coraz ważniejsze na skutek zerowania się mianownika energetycznego dla jednego z jego członów. Wynikiem istnienia tych zależności odpowiednich czasów dekoherencji (krótszy z których daje nam obserwowalny czas zaniku spójności) od  $\Delta_{ST}$ , jest to, że dla  $\Delta_{ST} \approx 0.64\mu_T$  (zakładając  $\sigma_{\perp} = \sigma_z$ ) czas dekoherencji kubitów jest maksymalny.

### Przypadek $\Delta_{ST} > 0$ w obecności gradientu pola

W obecności skończonego gradientu pola,  $\theta_T \gg \sigma_z$ , musimy pracować w bazie stanów własnych wyprowadzonych w obecności mieszania  $S$  i  $T_0$ , i należy ponownie wyprowadzić Hamiltonian efektywny w tej nowej bazie. Mieszanie stanów  $S$  i  $T_0$  powoduje pojawianie się niezerowej gęstości spinowej w każdej z kropek. Z tego powodu człony liniowe w polu Overhausera wywołują utratę fazy dokładnie tak jak w przypadku pojedynczego spinu. W granicy  $\theta_T \gg \Delta_{ST}$  nowe stany własne zbliżają się do stanów iloczynowych, i powracamy do przypadku dekoherencji dwóch niezależnych od siebie spinów.

W efektywnym Hamiltonianie zapisanym w zmodyfikowanej bazie mamy wiele członów, lecz analiza ich wpływu na dekoherencję przedstawiona w [H7] pokazała, iż praktycznie w całym

doświadczalnie realistycznym zakresie parametrów, czas zaniku spójności fazowej superpozycji  $S$ - $T_0$  dla  $\theta_T \gg \sigma_z$  dany jest przez:

$$T_{2,\theta_T}^* = \frac{1}{|\sin 2\gamma|} \frac{\sqrt{2}}{\sigma_z} \approx \frac{\sqrt{2}\Delta_{ST}}{4\sigma_z\theta_T}, \quad (53)$$

gdzie kąt mieszania  $\gamma$  zdefiniowany jest przez  $\tan 2\gamma = -\frac{2\theta_T}{\Delta_{ST}}$ . Dla  $\gamma$  bliskiego  $\pi/4$  (czyli dla  $\theta_T \gg \Delta_{ST}$ ),  $T_{2,\theta_T}^*$  dąży do  $T_2^* \sim 1/\sigma_z$  znanego z przypadku pojedynczego spinu w kropce. Pokazuje to, iż skrócenie czasu koherencji kubitów jest ceną, jaką trzeba zapłacić za możliwość pełnej kontroli nad nim poprzez niezerowy gradient  $\theta_T$ .

Niejednorodne poszerzenie zagrażające kubitowi  $S$ - $T_0$  w obecności skończonego  $\theta_T$  może oczywiście być usunięte przez sekwencję echa. Dla ochrony superpozycji stanów  $S$  i  $T_0$  w sekwencji tej zmniejszamy  $\Delta_{ST}$  do zera w odpowiednim momencie na czas, w którym  $\theta_T$  obraca wektor Blocha kubitów o  $\pi$ . Obliczenia zaniku sygnału echa wywołanego obecnością członów takich jak  $\hat{V}_{SS}$  przedstawione są w [H7]. Sygnał znowu wykazuje charakterystyczne oscylacje wywołane obecnością kilku typów spinów jądrowych o różnych rozszczepieniach zeemanowskich. Trzeba jednak podkreślić, iż tym razem porównanie wyników obliczeń z pomiarami echa singlet-tryplet [25] pokazuje, iż spiny jądrowe nie są głównym źródłem utraty spójności kwantowej. Wygląda na to, iż klasyczny szum ładunkowy, wywołujący fluktuacje  $\Delta_{ST}$ , dominuje dekoherencję superpozycji stanów  $S$  i  $T_0$ . Własności tego szumu mogą być zbadane jedynie poprzez zebranie pomiarów dynamiki spójności fazowej kubitów. W rozdziale 4.3 omówię, jak można scharakteryzować szum wykorzystując takie pomiary.

#### 4.2.7 Porównanie TDP z uogólnionym równaniem Mistrza typu Nakajimy-Zwanziga

Przewidywania TDP dla echa spinowego zostały szybko potwierdzone doświadczalnie, lecz dokładność istniejących pomiarów NFID [50] nie pozwala na ilościowe porównanie ich z przewidywaniami innych teorii. Takie porównanie byłoby ciekawe, gdyż teoria NFID oparta na zastosowaniu uogólnionego równania Mistrza typu Nakajimy-Zwanziga (NZ), która była rozwijana od 2004 roku [11, 12, 74], daje przewidywania, które dla niezbyt dużego  $\Omega$  różnią się od przewidywań TDP [H2,H3]. Ważnym jest zwrócenie uwagi na to, że w teorii tej rozwinięcie perturbacyjne jest wykonywane bezpośrednio w potęgach członu flip-flopowego,  $\hat{V}_{ff}$ . Przypominam, iż TDP oparta jest na zastosowaniu Hamiltonianu efektywnego i rozwinięcie w tym przypadku jest w potęgach tegoż oddziaływania mediowanego przez elektron. Celem pracy [H6] było rzucenie światła na związek pomiędzy tymi dwoma podejściami.

Obliczenia zawarte w [H6] są o wiele bardziej technicznie skomplikowane (i, w mojej opinii, o wiele mniej przejrzyste) od rachunków opartych na rozwinięciach kumulantowym oraz  $1/N$  stosowanych w TDP. Głównym problemem jest to, że metoda NZ nie ma prostego związku z dobrze znanymi diagramatycznymi technikami rachunku zaburzeń, i jedynym możliwym podejściem jest żmudne obliczanie członów rozwinięcia rząd po rzędzie. Rozwinięcie to zostało wykonane ściśle jedynie do czwartego rzędu, a wyniki dla wyższych rzędów zostały omówione jedynie częściowo i pokrótce w [12]. Należy to skonstrastować ze strukturą TDP, w ramach której dokonaliśmy wysumowania nieskończonej liczby diagramów. Ze względu na skomplikowaną formę wyprowadzeń i wyników zawartych w [H6], poniżej skupię się jedynie na ważnych jakościowych wnioskach płynących z tej pracy.

Dynamika dla długich czasów (zarówno w teorii NZ jak i w TDP) zależy silnie od kształtu funkcji falowej elektronu. Postanowiliśmy skupić się więc na krótkich czasach, gdy kształt ten nie ma znaczenia. Wykonaliśmy więc obliczenia dla NFID w modelu “pudełkowej” funkcji falowej (dla jednorodnych sprzężeń nadsubtelnych,  $A_k = A \equiv \frac{A}{N}$ ). W tym przypadku, jak już wspomniano wcześniej, można uzyskać ściśle rozwiązanie, w którym  $W(t)$  dana jest przez sumę  $\sim N$  funkcji periodycznych, które otrzymuje się poprzez diagonalizację wielu macierzy  $2 \times 2$ .

Teoria NZ opiera się na rozdzieleniu całkowitej macierzy gęstości na istotną i “nieistotną” część [75, 76]:  $\rho = \rho_{\text{rel}} + \rho_{\text{irrel}}$ . W przypadku, w którym interesuje nas dynamika kubitów sprzężonego z

kąpielą,  $\rho_{rel}$  najczęściej zawiera w sobie zredukowaną macierz gęstości opisującą kubit. Podział ten formalnie odpowiada wprowadzeniu rzutowych superoperatorów  $P$  oraz  $O$  spełniających własności:

$$P\rho = \rho_{rel}, \quad Q\rho = \rho_{irr}, \quad P + Q = \mathbf{1}, \quad PQ = 0. \quad (54)$$

Równanie Liouville'a na  $\rho$  można wówczas przekształcić w ściśle równanie na ewolucję  $\rho_{rel}$ :

$$P\dot{\rho}(t) = -iPLP\rho(t) - i \int_0^t dt' \widehat{\Sigma}(t-t')P\rho(t'), \quad (55)$$

gdzie

$$\widehat{\Sigma}(t) \equiv -iPLQe^{-iLQ t}QLP. \quad (56)$$

Superoperator Liouville'a  $L$  generuje ewolucję całego układu i zdefiniowany jest przez następujące działanie na dowolny operator  $\mathcal{O}$ :  $LO = [H, \mathcal{O}]$ . Superoperator  $\widehat{\Sigma}$  nazywany jest jądrem pamięciowym, lub też energią własną (ten drugi termin uważam za niestosowny z powodów, które zaraz wyjaśnię).

Operator  $P$  zastosowany w pracach [11, 12, 74] zdefiniowany jest w następujący sposób:

$$P\rho = \rho_J(0) \otimes \text{Tr}_J\rho = \rho_J(0) \otimes \rho_e. \quad (57)$$

Należy jednak zauważyć, iż nie jest to jedyny możliwy wybór. Można również zdefiniować  $P$  jako sumę wielu operatorów, które rzutują na różne podprzestrzenie przestrzeni Hilberta kąpeli i wybór ten może silnie wpłynąć na zbieżność rachunku zaburzeń [77, 78]. Zaraz zobaczymy, że dla modelu pudełkowego wybór operatora rzutowego z równania (57) nie jest optymalny. Teraz jednak zastosujemy ten operator z prac [11, 12, 74].

Licząc wartość oczekiwaną operatora  $S^+$  (która jest proporcjonalna do  $W^*(t)$ ) otrzymujemy:

$$\frac{d}{dt}\langle S^+(t) \rangle = i\Omega_n \langle S^+(t) \rangle - i \int_0^t dt' \Sigma(t-t') \langle S^+(t') \rangle, \quad (58)$$

gdzie  $\Omega_n \equiv \Omega + h_n^z$ , a  $h_n^z$  jest wartością podłużnego pola Overhausera w stanie zawężonym. Jądro pamięciowe jest teraz funkcją, a nie operatorem:

$$\Sigma(t) \equiv -i\text{Tr} [S^+PLQe^{-iLQ t}QLPS^- \rho_J(0)]. \quad (59)$$

Równanie (58) jest równaniem różniczkowo-całkowym, które można rozwiązać przy użyciu transformaty Laplace'a, która pozwala na wypisanie formalnego rozwiązania

$$\langle S^+(s) \rangle = \int_0^\infty dt e^{-st} \langle S^+(t) \rangle = \frac{\langle S^+(t=0) \rangle}{s - i\Omega_n + i\Sigma(s)}. \quad (60)$$

Rozwiązanie w domenie czasowej otrzymujemy po wykonaniu odwrotnej transformaty przy użyciu całki Bromwicha,

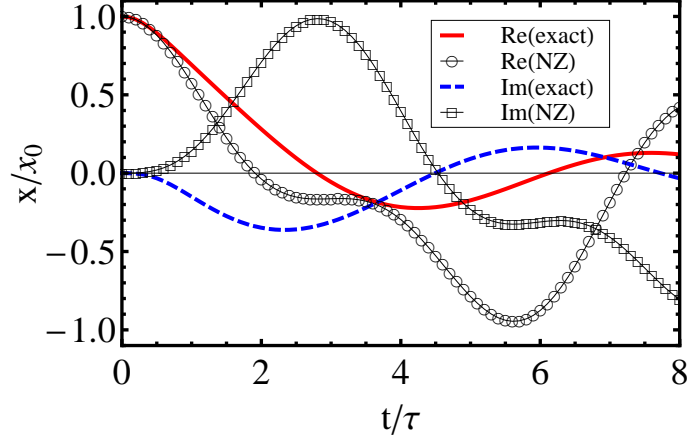
$$\langle S^+(t) \rangle = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} ds e^{st} \langle S^+(s) \rangle, \quad (61)$$

w której kontur całkowania określony przez rzeczywistą liczbę  $\gamma$  musi być tak wybrany, aby wszystkie bieguny  $\langle S^+(s) \rangle$  znajdowały się na lewo od niego. Otrzymanie wyrażenia na  $\langle S^+(t) \rangle$  wymaga więc obliczenia transformaty Laplace'a jądra pamięci:

$$\Sigma(s) = \int_0^\infty dt e^{-st} \Sigma(t) = -i\text{Tr} \left[ S^+PLQ \frac{1}{s + iLQ} QLPS^- \rho_I(0) \right], \quad (62)$$

Uzyskanie  $\Sigma(s)$  jest trudnym problemem perturbacyjnym, ponieważ nie ma żadnej użytecznej diagramatycznej reprezentacji członów pojawiających się w rozwinięciu (przez to nazywanie  $\Sigma(s)$ )





Rysunek 6: Ścisłe rozwiązanie modelu z jednorodnymi sprzężeniami porównane z wynikami teorii NZ dla  $\mathcal{A} = \Omega$  i  $h^z = 0$ . Jednostka czasu to  $\tau = 4\Omega N/\mathcal{A}^2$ . Wykreślona wielkość  $x(t)/x_0$  odpowiada  $W^*(t)$  obliczonemu w obracającym się układzie współrzędnych, w którym nie występuje precesja wywołana polem magnetycznym. Zaadaptowano z [H6].

“energiją własną” jest niewłaściwe, gdyż prawdziwa energia własna jest sumą odpowiednio zdefiniowanych nieredukowalnych diagramów). Podobnie jak w [11, 12, 74] rozwinęliśmy jądro pamięci w potęgach operatora  $\hat{V}_{\text{ff}}$ . Szczegóły tego niezwykle nieprzyjemnego rachunku (wykonanego do czwartego rzędu) zawarte są w pracy [H6]. Tutaj przedstawiam jedynie Rys. 6, na którym rozwiązanie NZ czwartego rzędu porównane jest ze ścisłym rozwiązaniem dla modelu pudełkowego. Niezgodność tych dwóch wyników jest oczywista.

W pracy [77] pokazano, że standardowy wybór operatora rzutowego nie jest optymalny w przypadku Hamiltonianu o dużej symetrii. W jej obecności należy zastąpić  $P$  rodziną tak zwanych *skorelowanych* operatorów rzutowych, które odpowiadają niezmienniczym podprzestrzeniom kąpieli. W modelu jednorodnych sprzężeń naturalnym wyborem są operatory  $\Pi_{jm}$ , które rzutują na podprzestrzenie o ustalonym  $j$  i  $m$ :

$$P\tilde{\rho} = \sum_{jm} \text{Tr}_I(\Pi_{jm}\tilde{\rho}) \otimes \frac{1}{D_j}\Pi_{jm} \equiv \sum_{jm} \tilde{\rho}_e^{jm} \otimes \frac{1}{D_j}\Pi_{jm}. \quad (63)$$

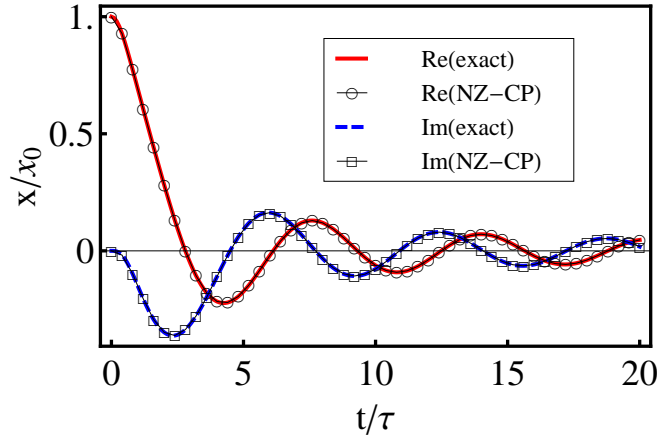
Operatory  $\tilde{\rho}_e^{jm}$  sumują się, aby dać zredukowaną macierz gęstości spinu elektronu:

$$\tilde{\rho}_e = \sum_{jm} \tilde{\rho}_e^{jm} = \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{j=|m|}^{N/2} D_j \tilde{\rho}_e^{jm}. \quad (64)$$

Jak pokazano w [H6], rozwiązanie drugiego rzędu w  $\hat{V}_{\text{ff}}$  w ramach tej wersji teorii NZ daje bardzo dobrą zgodność ze ścisłym wynikiem, patrz Rys. 7.

Porównajmy teraz ścisły wynik dla modelu pudełkowego z rozwiązaniem otrzymanym przy użyciu TDP. Wyniki NFID dla krótkich czasów z równań (31) i (32) po wykreśleniu na Rys. 7 byłyby nieodróżnialne od przedstawionych tam krzywych. Jediną różnicą pomiędzy wynikiem TDP a wynikiem ścisłym (oraz tym otrzymanym w drugim rzędzie teorii NZ ze skorelowanymi operatorami rzutowymi) jest brak oscylacji (o bardzo małej amplitudzie  $\sim \delta^2$ ), która w ścisłym rozwiązaniu moduluje krzywą obwiedni widoczną na rysunkach tu przedstawionych. Analityczne wyprowadzenie związku pomiędzy wynikami TDP a ścisłym rozwiązaniem znaleźć można w [H6].

Powyższe wyniki pokazują, że reżim niskich pól magnetycznych jest bardzo trudny do zbadania przy użyciu standardowej teorii NZ. Wraz z obniżaniem  $\Omega$ , czas koherencji skraca się, a z drugiej strony musi istnieć skala czasowa, na której zasada nieoznaczoności czas-energia pozwala



Rysunek 7: Ścisłe rozwiązanie modelu z jednorodnymi sprzężeniami porównane z wynikami teorii NZ przy zastosowaniu skorelowanych operatorów rzutowych (correlated projectors, czyli CP) dla  $\mathcal{A} = \Omega$  oraz  $h^z = 0$ . Zaadaptowano z [H6].

na zaniechanie dokładnego kształtu funkcji falowej (tzn. szczegółów rozkładu sprzężeń nadsubtelnych). Najoczywistszym kandydatem na oszacowanie tej skali czasu jest  $N/\mathcal{A}$ , co potwierdzają wyniki TDP. Obliczenia w ramach teorii NZ zawarte w [12] sugerują, iż dla niskich pól i *długich czasów*,  $t \gg N/\mathcal{A}$ , TDP nie jest w stanie prawidłowo opisać NFID. Tutaj zaś pokazaliśmy, że obliczenia NZ w skończonym rzędzie rozwinięcia w  $\hat{V}_{\text{ff}}$  dają całkowicie błędny opis nietrywialnej dynamiki NFID dla krótkich czasów i dla niskiego  $\Omega$ . Dwa podejścia teoretyczne rozpatrywane w tym podrozdziale uzupełniają się więc, i zakres parametrów (pól magnetycznych i czasów), w którym żadne z nich nie jest w pełni kontrolowane, powinien być badany dalej przy użyciu innych metod. Chciałbym również zwrócić uwagę na to, że zawarte w [H6] rozważania dotyczące przyczyn niepowodzenia standardowego podejścia NZ w przypadku modelu pudełkowego, doprowadziły nas do wniosku, iż tzw. czasowo bezspłotowe uogólnione równanie Mistra [76] jest lepszym kandydatem na teorię opisującą dynamikę spinu centralnego. W niedawno opublikowanej pracy [79] metoda ta została zastosowana do obliczenia dynamiki NFID dla krótkich czasów i dla spolaryzowanych spinów jądrowych, i wyniki uzyskane dla zerowej polaryzacji okazały się być zgodnymi z wynikami TDP.

### 4.3 Od pomiarów spójności kwantowej do efektywnego opisu otoczenia: spektroskopia szumu przy użyciu kubitów

Dotąd skupialiśmy się na teorii dekoherencji w przypadku, w którym mikroskopowy (i nietrywialny) Hamiltonian kąpieli jest znany. Bardzo jednak często nasza wiedza o otoczeniu kubitów pochodzi jedynie z pomiarów dynamiki tegoż kubitów. Oczywiście zazwyczaj mamy jakieś podejście dotyczące natury otoczenia. W przypadku kubitów w ciele stałym mamy do czynienia, na przykład, z wieloma znanymi źródłami szumu ładunkowego, takimi jak fluktuujące dipole elektryczne charakterystyczne dla materiałów izolujących, czy pułapki ładunkowe. Ich obecności możemy się spodziewać, ale ich szczegółowe własności (ilość źródeł w pobliżu kubitów, charakterystyczne skale czasu ich fluktuacji itp.) zmieniają się od kubitów do kubitów. Ponadto, bardzo często po prostu nie wiemy, jaki rodzaj otoczenia dominuje dekoherencję: mogą to być fonony, fluktuacje ładunkowe, fluktuacje pola magnetycznego wywołane obecnością domieszek magnetycznych itd. Kubit jest też zaburzany przez swoje *lokalne* otoczenie (którego efektywny rozmiar zależy od interesującej nas skali czasu), dla którego często nie istnieją niezależne metody charakteryzacji. Powyższe obserwacje dają nam uzasadnienie dla innego spojrzenia na problem oddziaływania kubitów z otoczeniem: zamiast obliczania dekoherencji kubitów wywołanej dynamiką danej kąpieli, poniżej spróbujemy nauczyć się czegoś o nieznanym otoczeniu poprzez analizę wyników pomiarów

spójności kwantowej kubitów.

Oczywiście musimy coś jednak założyć na temat otoczenia. Relaksacja energetyczna kubitów [20, 30, 80] wywołana jest fluktuacjami kąpeli o charakterystycznych częstościach  $\sim \Omega$  (gdzie  $\Omega$  to rozszczepienie energetyczne kubitów), a defazowanie kubitów jest najczęściej zdominowane przez fluktuacje otoczenia o niskich częstościach. Gdy temperatura kąpeli jest wyższa od skali energii tych fluktuacji, dwupunktowe funkcje korelacji operatorów otoczenia zachowują się w klasyczny sposób [80]. Poniżej skupimy się na przypadku defazowania kubitów przez jego otoczenie, i założymy, że wpływ tego otoczenia można zmapować na oddziaływanie kubitów ze źródłem klasycznego szumu  $\xi(t)$ . Ponadto założymy, że proces stochastyczny  $\xi(t)$  jest stacjonarny oraz (w większości omówionych poniżej przypadków) gaussowski, tzn. jest on całkowicie scharakteryzowany przez swoją dwupunktową funkcję korelacji,  $C(t - t') = \langle \xi(t)\xi(t') \rangle$ , lub, równoważnie, przez swoją gęstość spektralną zdefiniowaną jako

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(t) e^{i\omega t} dt . \quad (65)$$

W [H1] skupiliśmy się na kubitach nadprzewodzących, dla których silny wpływ klasycznego szumu elektrycznego oraz magnetycznego był już wówczas szeroko znany. Później okazało się jednak, iż takie podejście do modelowania oddziaływania z otoczeniem ma o wiele szerszy zakres zastosowań. Na przykład, kubity oparte na podwójnych kropkach kwantowych są silnie zaburzone przez szum ładunkowy (fluktuacje napięcia na bramkach, fluktuacje lokalnych pól elektrycznych pochodzących od pułapek ładunkowych) gdy rozszczepienie singlet-tryplet,  $\Delta_{ST}$ , jest niezerowe. Nawet pojedyncze spiny odczuwają szum ładunkowy: fluktuujące pola elektryczne wpływają na położenie i kształt funkcji falowej elektronu. Prowadzi to do utraty fazy poprzez sprzężenie spinowo-orbitalne, lub na skutek fluktuacji pola Overhausera odczuwanego przez elektron (które w tym przypadku wynikają ze stochastycznej zależności od czasu sprzężeń  $A_k$ ).

Poniżej przedstawię przegląd wyników prac [H1] i [H8] w których rozważono przypadki liniowego (tzn.  $v_1 \xi(t) \hat{\sigma}_z$ ) oraz kwadratowego (tzn.  $v_2 \xi^2(t) \hat{\sigma}_z$ ) sprzężenia kubitów z szumem. Te dwa przypadki są najczęściej spotykane w doświadczeniach.

### 4.3.1 Liniowe sprzężenie z klasycznym szumem

Dla gaussowskiego procesu  $\xi(t)$  uśrednianie po jego realizacjach odpowiada wykonaniu całki funkcjonalnej

$$\langle \dots \rangle = \int \mathcal{D}[\xi(t)] \exp \left( -\frac{1}{2} \int dt_1 \int dt_2 \xi(t_1) C^{-1}(t_1 - t_2) \xi(t_2) \right) \dots , \quad (66)$$

w której  $C^{-1}$  jest zdefiniowane przez

$$\int C^{-1}(t - t'') C(t'' - t') dt'' = \delta(t - t') . \quad (67)$$

Skupiamy się tu na dynamice pozadiagonalnego elementu macierzy gęstości kubitów w przypadku, w którym kubit jest poddany sekwencji idealnych pulsów  $\pi$ , która prowadzi do dynamicznego odsprzęgnięcia (DO) kubitów od otoczenia [44–46]. Funkcja dekoherencji jest wtedy dana przez

$$W(t) = \langle e^{-iv_1 \int \xi(t') f_t(t') dt'} \rangle , \quad (68)$$

gdzie napotykamy funkcję filtrującą w domenie czasowej,  $f_t(t')$ , z którą zetknęliśmy się już wcześniej (na Rys. 1 są przedstawione dwa przykłady tej funkcji). Gaussowskie uśrednianie łatwo jest wykonać i używając standardowych metod otrzymujemy:

$$W(t) = e^{-\chi(t)} \quad \text{gdzie} \quad \chi(t) = v_1^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} S(\omega) |\tilde{f}_t(\omega)|^2 = v_1^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{\pi} S(\omega) \frac{F(\omega t)}{\omega^2} , \quad (69)$$

w którym  $\tilde{f}_t(\omega)$  jest transformatą Fouriera funkcji  $f_t(t')$  ze względu na  $t'$ . Funkcja filtrująca  $F(\omega t) = \frac{\omega^2}{2} |\tilde{f}_t(\omega)|^2$  opisuje wpływ sekwencji pulsów na dekoherencję [81]. Dla pulsów przykładowych w chwilach czasu  $t_k$  (z  $t_0=0$  oraz  $t_{n+1}=t$ ) mamy

$$F(\omega t) = \frac{1}{2} \left| \sum_{k=0}^n (-1)^k (e^{i\omega t_{k+1}} - e^{i\omega t_k}) \right|^2. \quad (70)$$

W przypadku swobodnej ewolucji kubitów otrzymujemy

$$F_{\text{FID}}(\omega t) = 2 \sin^2 \frac{\omega t}{2}, \quad (71)$$

które prowadzi nas do wyniku

$$\chi_{\text{FID}}(t) = v_1^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{\pi} S(\omega) \frac{2 \sin^2 \frac{\omega t}{2}}{\omega^2} \approx \frac{v_1^2 t^2}{2} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\pi} S(\omega) \equiv \frac{\sigma^2 t^2}{2} \equiv \left( \frac{t}{T_2^*} \right)^2, \quad (72)$$

gdzie w drugim wyrażeniu założyliśmy, iż całka zdominowana jest przez zakres niskich częstotliwości (tzn. przez  $S(\omega)$  z  $\omega$  mniejszym od  $\approx 1/t$ ), i rozszerzyliśmy granicę całkowania ponownie do  $\infty$ . Zdefiniowane powyżej  $\sigma^2$  to całkowita moc procesu  $v_1 \xi(t)$ . Rachunek ten jest spójny, jeżeli wynikający z niego czas  $T_2^*$  jest tak krótki, że całkowita moc szumu jest w rzeczywistości dobrze przybliżona przez całkę z  $S(\omega)$  z górną granicą daną przez  $1/T_2^*$ . Zauważmy, że w powyższym obliczeniu zanik fazy *nie wynika* z fluktuacji zachodzących podczas ewolucji kubitów, ale z obecności powolnych fluktuacji *między* powtórzeniami cyklu inicjalizacji, ewolucji, i pomiaru kubitów. W ten sposób napotykamy ponownie przypadek “niejednorodnego poszerzenia linii rezonansowej”, który można opisać w przybliżeniu kwazi-statycznej kąpiel.

Jednym z najważniejszych szumów rozważanych jest szum typu  $1/f$ , tak więc warto jest zauważyć, że dla  $S(\omega) \propto 1/\omega$  czas  $T_2^*$  zależy logarytmicznie od wartości niskoczęstotliwościowego obciążenia gęstości spektralnej szumu:  $\chi(t) \propto t^2 \ln 1/\omega_0 t$ . W większości sytuacji, w których szum tego typu pojawia się, nigdy nie zaobserwowano takiego obciążenia wynikającego z samoistnych własności szumu, i  $\omega_0$  dane jest raczej przez odwrotność całkowitego czasu pomiarowego:  $\omega_0 \approx 1/T_M$ . Dla szumu z  $S(\omega) \propto 1/\omega^\beta$  z  $\beta > 1$  mamy więc  $T_2^* \propto 1/T_M^{(\beta-1)/2}$ .

Wcześniej już omawiałem fakt, iż zastosowanie sekwencji echa spinowego usuwa kwazi-statyczne fluktuacje rozszczepienia energetycznego kubitów. Formalnie mamy:

$$F_{\text{SE}}(\omega t) = 8 \sin^4 \frac{\omega t}{4}, \quad (73)$$

gdzie widać, po wstawieniu do wzoru (69), że wkład niskoczęstotliwościowego szumu do  $\chi(t)$  jest silnie wytłumiony nawet dla szumu  $1/\omega^\beta$ , o ile tylko  $\beta < 2$ .

Wieloimpulsowe sekwencje DO działają jak jeszcze wydajniejsze wysokoprzepustowe filtry szumu środowiskowego. W [H1] przeanalizowaliśmy utratę fazy dla kubitów pod wpływem klasycznej sekwencji CPMG, periodycznych impulsów (PDD), sekwencji opartych na rekursywnym stosowaniu echa (“concatenated DD”, czyli CDD, zaproponowane w [45]), oraz sekwencji UDD wyprowadzonej przez Uhriga [46], która spełnia następujący warunek optymalności: dla  $n$  impulsów znika pierwsze  $2n+1$  członów w rozwinięciu czasowym  $\chi(t)$  wokół  $t=0$ , czyli  $F(\omega t) \propto (\omega t)^{2n+2}$  gdy  $\omega t \ll 2$ . Dla porównania zauważmy, że CPMG z parzystym (nieparzystym)  $n > 1$  daje filtr w przestrzeni częstotliwości  $F(z) \propto z^6$  ( $z^4$ ) dla  $z \ll 1$ . Ta różnica pomiędzy tłumieniem szumu w przypadku sekwencji o parzystym lub nieparzystym  $n$  ma mierzalne konsekwencje dla szumu  $1/\omega^\beta$  z  $\beta > 2$  [82] (opisane jest to w rozdziale poświęconym badaniom nie stanowiącym wkładu do habilitacji).

Główne wyniki [H1] w przypadku szumu gaussowskiego są następujące:

- “Optymalna” sekwencja UDD daje najlepszą ochronę przed utratą fazy jedynie wtedy, gdy spektrum szumu ma ostre obciążenie  $\omega_c$  w wysokich częstotliwościach (tzn. gdy  $S(\omega)$  jest

wykładniczo tłumione dla  $\omega > \omega_c$ ). Okazuje się, że dla UDD niezwykle efektywne tłumienie szumu o niskich częstościach odbywa się kosztem wzmocnienia (w porównaniu z innymi sekwencjami) wpływu szumu wysokoczęstotliwościowego. Wynika to z istnienia “prawa sum” dla funkcji filtrującej:  $\int F(\omega t)/\omega^2 d\omega = \pi t$ . UDD daje więc najlepsze wyniki gdy skala czasu, na której chcemy chronić spójność fazową, spełnia  $t < 2n/\omega_c$ . Gdy warunek ten nie jest spełniony (tzn. gdy wysokoczęstotściowe obciążenie nie ma znaczenia dla dynamiki koherencji), okazuje się, że sekwencja CPMG jest najbardziej efektywna spośród wszystkich rozważanych.

- Dla szumów z ostrym obciążeniem, gdy dostępne są dobrej jakości dane na skali czasu  $t < 2n/\omega_c$ , można zastosować UDD do otrzymania momentów spektrum szumu:  $\chi_{\text{UDD}}(t) \sim t^{2n+2} M_{2n}$  gdzie  $M_{2n} = \int \omega^{2n} S(\omega) d\omega$ .
- Dla CPMG filtr  $F(z=\omega t)$  można, dla dużych  $n$ , przybliżyć periodycznym ciągiem ostrych maksimumów (odległych od siebie o  $2\pi n$ ) o szerokościach danych przez  $2\pi/t$  i o wysokościach danych przez  $2n$ . Po zauważeniu tego łatwo jest pokazać, że dla  $S(\omega) \propto 1/\omega^\beta$  mamy  $\chi(t) \propto t^{\beta+1}/n^\beta$ . Ten związek został później użyty do scharakteryzowania nieznanego źródła szumu w doświadczeniu z kubitami singletowo-trypletowym [82].

W [H1] zbadany był również przypadek niegaussowskiego szumu telegrafistów. Porównanie numerycznych symulacji z teorią opartą na przybliżeniu gaussowskim (w której jedynie pierwsza gęstość spektralna szumu telegrafistów jest wykorzystana do jego charakteryzacji) pokazało, iż wraz ze wzrostem  $n$  różnice pomiędzy tymi podejściami znikają. Obserwacja ta została w [H1] wsparta analitycznym obliczeniem czwartego kumulantu przefiltrowanego szumu telegrafistów, tzn. członu  $\chi_4$  w rozwinięciu  $\ln W(t) = -\chi_2(t) - \chi_4(t) + \dots$ , które pokazało, że stosunek  $\chi_4/\chi_2$  jest  $\ll 1$  na skali czasu rosnącej z  $n$  szybciej, niż czas dekoherencji  $T_2$  zdefiniowany przez  $\chi_2(T_2) = 1$ . Intuicyjne wytłumaczenie tego zjawiska podane zostało później w [H8].

Należy wspomnieć tutaj o nieco niezręcznym dla autorów [H1] fakcie. Jak powyżej opisano, w [H1] zauważono, że dla dużego  $n$  funkcja filtrująca dla CPMG wygląda jak periodyczny ciąg funkcji delto-podobnych w przestrzeni częstości i cecha ta została wykorzystana w obliczeniach w tej pracy. Nie zauważono tam jednak najprostszej konsekwencji tej obserwacji, która została omówiona w późniejszych pracach innych autorów [83, 84]: w wielu przypadkach (w szczególności dla monotonicznie malejącej  $S(\omega)$ ) wystarczy wziąć jedynie wkład do  $\chi(t)$  od pierwszego maksimum:

$$\chi(t) \approx \frac{4v_1^2 t}{\pi^2} S\left(\frac{\pi n}{t}\right). \quad (74)$$

Daje to najbardziej praktyczny przepis na przeprowadzenie spektroskopii  $S(\omega)$  przy użyciu sekwencji CPMG i dopasowania zmierzonej dla różnych  $n$  i  $t$  spójności kwantowej kubitów do równania (74).

#### 4.3.2 Kwadratowe sprzężenie z klasycznym szumem gaussowskim: kubit w optymalnym punkcie roboczym

Często spotyka się sytuację, w której sprzężenie kubitów z szumem jest kwadratowe:

$$\hat{H} = \frac{1}{2}[\Omega + v_2 \xi^2(t')] \hat{\sigma}_z, \quad (75)$$

gdzie  $\Omega$  to kontrolowane rozszczepienie energetyczne kubitów, a  $v_2$  jest stałą sprzężenia. Z takim Hamiltonianem mamy do czynienia, gdy  $\partial\Omega/\partial B_z|_{B_z=B_0} = 0$ . Wtedy, dla  $B_z$  dostrojonego do  $B_0$ , czyli w tak zwanym optymalnym punkcie roboczym (OPR) kubitów, szum  $\xi(t') \propto B(t') - B_0$  wchodzi do równania (75) w kwadracie. Również w przypadku, w którym mamy do czynienia z poprzecznym szumem, tzn. członem typu  $v_x \xi_x(t') \hat{\sigma}_x$ , dla  $v_x \xi_x \ll \Omega$  ponownie natykamy się w najniższym rzędzie rozwinięcia na równanie (75) z  $v_2 = v_x^2/2\Omega$ . W takim OPR wpływ szumu

jest osłabiony, a defazowanie kubitów zachodzi na dłuższej skali czasu niż w przypadku liniowego sprzężenia z szumem. Wyzwaniem dla teoretyka jest to, iż mimo tego, że zakładamy gaussowską statystykę procesu  $\xi(t)$ , kwadrat tego procesu *nie jest gaussowski*: proces  $\xi^2(t)$  ma nietrywialne wielopunktowe funkcje korelacji.

Chciałbym zwrócić w tym momencie uwagę na bardzo interesujący związek pomiędzy teorią przedstawioną w tym rozdziale, a poprzednio omówioną teorią dekoherencji spinu opartą na efektywnym Hamiltonianie. Oddziaływanie zadane równaniem (75) pojawia się również, gdy podłużny szum  $\xi_z$  jest zdominowany przez bardzo niskie częstotliwości (przez co jego wpływ, przy liniowym sprzężeniu, jest całkowicie usunięty przez sekwencję DO), podczas gdy poprzeczny szum  $\xi_\perp$  fluktuuje szybciej, ale jego wpływ jest tłumiony przez duże rozszczenie energetyczne  $\Omega$ . Dokładnie z tą sytuacją spotkaliśmy się w przypadku kubitów spinowych sprzężonych przez oddziaływanie nadsubtelne z kąpielą spinów jądrowych w skończonym polu magnetycznym: fluktuacje podłużnej składowej pola Overhausera są o wiele wolniejsze od fluktuacji składowych poprzecznych.

Na przedstawioną poniżej teorię można patrzeć jako na klasyczny odpowiednik TDP zaprezentowanej wcześniej. Kluczowe przybliżenia TDP (rozwiniecie  $1/N$  w obecności zerowej polaryzacji spinów jądrowych) prowadziły do gaussowskiej separacji funkcji korelacji spinów jądrowych, przez to TDP jest teorią dekoherencji wywołanej przez kwadratowe sprzężenie z kwantowym operatorem o gaussowskiej statystyce (poprzecznymi składowymi operatora Overhausera). Nie jest więc zaskakującym, iż przesumowanie diagramów pierścieniowych (czyli kumulantów) będzie kluczowym elementem teorii utraty fazy wywołanej kwadratowym sprzężeniem z *klasycznym* szumem gaussowskim.

Funkcja dekoherencji w przypadku kwadratowego sprzężenia z szumem dana jest przez:

$$W(t) = \left\langle \exp \left( -i \int_0^t f_t(t') v_2 \xi^2(t') dt' \right) \right\rangle . \quad (76)$$

Uśrednianie po szumie można wykonać stosując rozwinięcie kumulantowe, pierwszy raz zastosowane w tym przypadku w pracach [85–87], w których rozważano przypadek swobodnej ewolucji kubitów w OPR. Otrzymujemy w ten sposób

$$W(t) = \exp \left( \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-iv_2)^k}{k} R_k(t) \right) = e^{-\sum_{k=2} \chi_k(t)} , \quad (77)$$

z kumulantami (tożsamymi w tym przypadku z omawianymi wcześniej diagramami pierścieniowymi) danymi przez

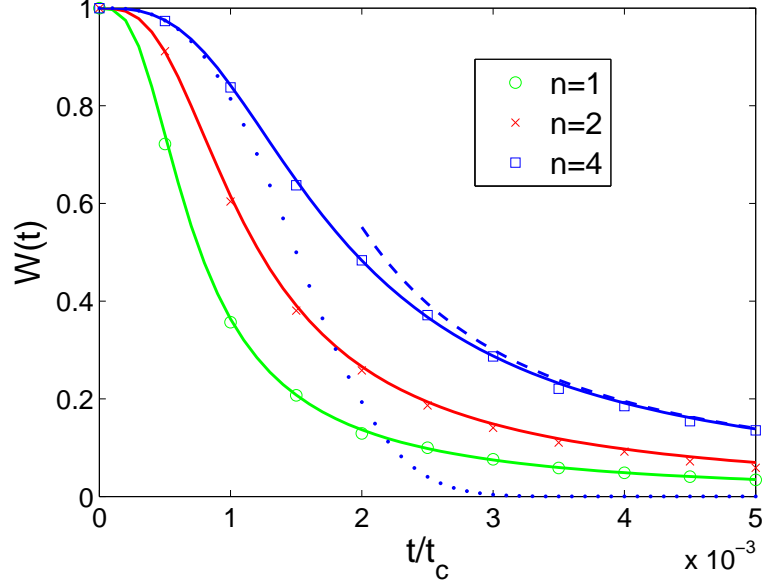
$$R_k = 2^{k-1} \int f_t(t_1) dt_1 \dots \int f_t(t_k) dt_k C(t_{12}) \dots C(t_{k1}) , \quad (78)$$

$$= 2^{k-1} \int \frac{d\omega_1 \dots d\omega_k}{(2\pi)^k} S(\omega_1) \dots S(\omega_k) \tilde{f}_t(\omega_{12}) \dots \tilde{f}_t(\omega_{k1}) , \quad (79)$$

gdzie  $t_{kl} \equiv t_k - t_l$ , zaś  $\omega_{kl} \equiv \omega_k - \omega_l$ . W przeciwieństwie do przypadku liniowego sprzężenia z gaussowskim szumem, w którym tylko drugi kumulant był niezerowy, musimy teraz obliczyć wszystkie człony w rozwinięciu kumulantowym.

W [H8] podano rozwiązanie tego problemu w dwóch przypadkach. Dla szumu z nieosobliwym spektrum dla niskich częstotliwości (tzn. dla szumu mającego dobrze zdefiniowany czas autokorelacji), dla dużej liczby impulsów  $n$  utrata fazy na relatywnie krótkiej skali czasów może być opisana przy użyciu przybliżenia gaussowskiego (w ramach którego spośród członów podanych powyżej zatrzymujemy wyłącznie  $R_2(t)$ ). Drugim przypadkiem jest szum  $1/f^\beta$ , dla którego można wysumować szereg  $R_k$ , o ile tylko kwazi-statyczny (niskoczęstotściowy) szum jest silniejszy od szumu wysokoczęstotściowego (tzn. dla  $\beta > 1$ ).

To, że ze wzrostem  $n$  szum zaburzający kubit jest w pierwszym przypadku coraz lepiej opisywany przez przybliżenie gaussowskie, można wytłumaczyć w następujący sposób: choć faza



Rysunek 8: Utrata fazy wywołana szumem Ornsteina-Uhlenbecka (OU) w optymalnym punkcie roboczym kubitów, dla sekwencji CP z  $n = 1, 2,$  and  $4$ . Symbole reprezentują wyniki symulacji numerycznej. Dla każdego opóźnienia czasowego  $t$  czas uśredniania dynamiki kubitów wynosił  $T_M = Mt$  z  $M = 10^6$ , przez co  $\sigma_0^2$  jest dobrze przybliżone przez całkowitą moc szumu OU. Dla  $v_2\sigma_0^2 = 10^5/t_c$  zanik koherencji na pokazanej skali czasu jest zdominowany przez wkład częstotliwości z zakresu, w którym  $S(\omega) \propto 1/\omega^2$ . Linie ciągłe to wyniki otrzymane przy użyciu równania (84). Dla  $n = 4$  pokazane jest też przybliżenie gaussowskie (linia kropkowana) oraz asymptotyczna zależność  $W(t) \sim t^{-3/2}$  z równania (86) (linia przerywana). Zaadaptowano z [H8].

$\phi(t) = \int_0^t \xi^2(t') dt'$  ma rozkład gaussowski jedynie dla bardzo długich czasów  $t$ , przefiltrowana faza,  $\phi_f(t) = \int f_t(t') \xi^2(t') dt'$ , jest sumą  $n + 1$  wkładów o tak dobranych znakach, że skorelowane ze sobą wkłady w dużym stopniu niwelują się nawzajem. Gdy czas korelacji  $t_c$  procesu  $\xi^2(t)$  jest skończony, dla  $t/n \ll t_c \ll t$  filtrowanie przez proces DO zmniejsza utratę fazy, zaś tylko niewielkie podgrupy wkładów do  $\phi_f$  są ze sobą skorelowane. Dzięki tej drugiej obserwacji możemy zastosować centralne twierdzenie graniczne, z którego wynika gaussowski rozkład  $\phi_f$  dla dużych  $n$ . Rozumowanie to można zastosować do dowolnego niegaussowskiego szumu o skończonym  $t_c$ , więc wyjaśnia ono również wynik z [H1], gdzie pokazano, że wpływ szumu telegrafistów da się opisać w przybliżeniu gaussowskim gdy  $n$  jest duże.

W ramach powyższego przybliżenia mamy  $W(t) = e^{-\chi_2(t)}$ , w którym

$$\chi_2(t) = v_2^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} S_2(\omega) |\tilde{f}_t(\omega)|^2 \quad (80)$$

co jest wyrażeniem analogicznym do (69), tylko z  $S(\omega)$  zastąpioną przez gęstość spektralną procesu  $\xi^2$  daną przez

$$S_2(\omega) = \int S(\omega_1) S(\omega_1 - \omega) \frac{d\omega_1}{\pi} . \quad (81)$$

Dla dużego  $n$  możemy zastosować równanie (74), co prowadzi do możliwości spektroskopowej analizy tej wielkości. W [H8] dokładność przybliżenia gaussowskiego została sprawdzona na przykładzie szumu Ornsteina-Uhlenbecka (OU) z czasem korelacji  $t_c$ .

Z drugiej strony, dla szumu bez dobrze zdefiniowanego  $t_c$ , lub po prostu w przypadku w którym  $t \ll t_c$  (obie te sytuacje powinny być fizycznie nieodróżnialne), możemy wyprowadzić zupełnie inne rozwiązanie, gdy tylko szum jest zdominowany przez wkład fluktuacji o niskich

częstościach. Podczas pojedynczej ewolucji kubitów, wkład szumu do rozszczepienia energetycznego wynosi  $\xi^2(t') \approx \xi_{lf}^2 + 2\xi_{lf}\delta\xi(t') + \delta\xi^2(t')$ , gdzie  $\xi_{lf}$  to kwazi-statyczny wkład ulegający zmianom pomiędzy pomiarami (tzn. związany ze spektrum szumu dla  $\omega_0 < \omega < 1/t$ ), a  $\delta\xi(t')$  jest wkładem od szybszych fluktuacji. Obcięcie niskoczęstościowe to  $\omega_0 \approx 1/T_M$ , gdzie  $T_M$  jest całkowitym czasem zbierania danych pomiarowych. Zazwyczaj  $T_M$  jest rzędu wielkości dłuższy od  $t$ , więc dla szumu z gęstością spektralną skoncentrowaną w niskich  $\omega$  mamy  $\langle \xi_{lf}^2 \rangle \gg \langle \delta\xi^2 \rangle$  i dominującym członem zaburzającym rozszczepienie kubitów jest  $2\xi_{lf}\delta\xi(t')$  (zauważmy tu, iż kwazi-statyczny człon  $\xi_{lf}^2$  będzie usunięty przez sekwencję DO). Jest to równoważne zauważeniu, iż w obecności szumu  $1/f^\beta$  położenie OPR nie jest dobrze zdefiniowane: gdy  $T_M \gg t$  uśredniamy po ewolucjach dla kubitów inicjalizowanego w pobliżu OPR.

Głównym elementem poniższego rachunku jest oddzielne uśrednienie po wyżej opisanych powolnych i szybkich fluktuacjach. Wykonujemy dwie średnie: pierwszą po  $\xi_{lf}$ , które traktujemy jako statyczną gaussowską zmienną o standardowym odchyleniu danym przez:

$$\sigma_0^2 = \int_{\omega_0}^{1/t} S(\omega) d\omega / \pi \approx \frac{A_\beta}{\pi(\beta-1)\omega_0^{\beta-1}}, \quad (82)$$

gdzie  $S(\omega) = A_\beta/|\omega|^\beta$  z  $\beta > 1$ . Druga średnia po szumie wysokoczęstościowym (wc) jest również gaussowska, i zapisujemy ją jako

$$W(t) = \left\langle \exp \left[ -iv_2 \int f_t(t') \delta\xi^2(t') dt' - 2\sigma_0^2 v_2^2 \int dt_1 \int dt_2 f_t(t_1) f_t(t_2) \delta\xi(t_1) \delta\xi(t_2) \right] \right\rangle_{wc}. \quad (83)$$

W powyższym równaniu spodziewamy się dominującego wpływu drugiego członu gdy  $\sigma_0^2 \gg \langle \delta\xi^2 \rangle_{hf}$ , tzn. gdy  $T_M \gg t$ . Obliczenie średniej, biorąc pod uwagę jedynie ten człon, może być wykonane przez ponowne spojrzenie na równanie (78), do którego należy wstawić  $C(t) = \langle \delta\xi(t) \delta\xi(0) \rangle_{wc} + \sigma_0^2$ , i zatrzymać jedynie człony zawierające maksymalną potęgę  $\sigma_0$ , czyli te, w których co druga funkcja  $C(t_{kl})$  jest zastąpiona przez  $\sigma_0^2$ . Otrzymujemy wtedy sumę po wszystkich  $R_k$ , która została wykonana w [H8], a wynikiem jest:

$$W(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + 4v_2^2 \sigma_0^2 R_2^l(t)}}, \quad (84)$$

gdzie  $R_2^l$  jest dany przez znajomo wyglądający wzór:

$$R_2^l = \int_0^\infty |\tilde{f}_t(\omega)|^2 S(\omega) \frac{d\omega}{\pi}. \quad (85)$$

Na Rys. 8 to równanie porównane jest z wynikami numerycznych symulacji utraty fazy wywołanej szumem z  $S(\omega) \propto 1/\omega^2$ , który ma niskoczęstościowe obcięcie  $\omega_0 \ll 1/t$  (jest to po prostu szum OU tak silnie sprzężony z kubitami, że wywołuje on utratę fazy dla  $t \ll t_c = \omega_0^{-1}$ ).

Dla dużego  $n$  możemy użyć równania (74) do powiązania  $R_2^l(t)$  z  $S(n\pi/t)$ . Gdy  $S(\omega \approx n\pi/t) \propto 1/\omega^\beta$  w szerokim zakresie częstości, mamy:

$$W(t) \approx (T_2/t)^{\frac{\beta+1}{2}} \quad \text{dla } t \gg T_2, \quad (86)$$

w którym charakterystyczny czas zaniku spełnia następujące relacje

$$T_2 \sim n^\gamma / T_M^\eta \quad \text{gdzie } \gamma = \frac{\beta}{\beta+1} \text{ a } \eta = \frac{\beta'-1}{\beta+1}. \quad (87)$$

Powyższe wyniki pokazują, jak analiza zależności utraty fazy w OPR od czasu może być wykorzystana do spektroskopii szumu typu  $1/f$ .

Na koniec ponownie chciałbym podkreślić, że podobieństwo wzoru (84) do równania (38) nie jest przypadkowe. Wcześniej omawiany wynik dotyczący zaniku sygnału echa dla kubitów spinowego oddziałującego z kąpielą jądrową ma strukturę taką jak kwadrat wyrażenia z równania (84), gdyż w tamtym przypadku uśrednialiśmy po dwóch niezależnych zmiennych stochastycznych (składowych  $x$  oraz  $y$  pola Overhausera).



## Literatura

- [1] D. J. Wineland, Rev. Mod. Phys. **85**, 1103 (2013).
- [2] S. Haroche, Rev. Mod. Phys. **85**, 1083 (2013).
- [3] W. H. Zurek, Physics Today **44**, issue 10, page 36 (1991), arXiv:quant-ph/0306072 (2003).
- [4] A. Ekert and R. Jozsa, Rev. Mod. Phys. **68**, 733 (1996).
- [5] S. J. Devitt, W. J. Munro, and K. Nemoto, Rep. Prog. Phys. **76**, 076001 (2013).
- [6] J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Science **309**, 2180 (2005).
- [7] F. H. L. Koppens, K. C. Nowack, and L. M. K. Vandersypen, Phys. Rev. Lett. **100**, 236802 (2008).
- [8] H. Bluhm, S. Foletti, I. Neder, M. Rudner, D. Mahalu, V. Umansky, and A. Yacoby, Nat. Phys. **7**, 109 (2010).
- [9] H. Bluhm, S. Foletti, D. Mahalu, V. Umansky, and A. Yacoby, Phys. Rev. Lett. **105**, 216803 (2010).
- [10] M. D. Shulman, O. E. Dial, S. P. Harvey, H. Bluhm, V. Umansky, and A. Yacoby, Science **336**, 202 (2012).
- [11] W. A. Coish, J. Fischer, and D. Loss, Phys. Rev. B **77**, 125329 (2008).
- [12] W. A. Coish, J. Fischer, and D. Loss, Phys. Rev. B **81**, 165315 (2010).
- [13] D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- [14] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha, and L. M. K. Vandersypen, Rev. Mod. Phys. **79**, 1217 (2007).
- [15] R.-B. Liu, W. Yao, and L. J. Sham, Adv. Phys. **59**, 703 (2010).
- [16] K. De Greve, D. Press, P. L. McMahon, and Y. Yamamoto, Rep. Prog. Phys. **76**, 092501 (2013).
- [17] A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **64**, 125316 (2001).
- [18] M. Kroutvar, Y. Ducommun, D. Heiss, M. Bichler, D. Schuh, G. Abstreiter, and J. J. Finley, Nature **432**, 81 (2004).
- [19] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen, and L. P. Kouwenhoven, Nature **430**, 431 (2004).
- [20] K. Blum, *Density Matrix Theory and Applications* (Plenum Press, New York, 1981).
- [21] V. N. Golovach, A. Khaetskii, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **93**, 016601 (2004).
- [22] I. A. Merkulov, A. L. Efros, and M. Rosen, Phys. Rev. B **65**, 205309 (2002).
- [23] V. V. Dobrovitski, H. A. De Raedt, M. I. Katsnelson, and B. N. Harmon, arXiv:quant-ph/0112053 (2001).
- [24] A. V. Khaetskii, D. Loss, and L. Glazman, Phys. Rev. Lett. **88**, 186802 (2002).

- [25] O. E. Dial, M. D. Shulman, S. P. Harvey, H. Bluhm, V. Umansky, and A. Yacoby, Phys. Rev. Lett. **110**, 146804 (2013).
- [26] M. Gaudin, J. Phys. (France) **37**, 1087 (1976).
- [27] M. Bortz, S. Eggert, C. Schneider, R. Stübner, and J. Stolze, Phys. Rev. B **82**, 161308 (2010).
- [28] A. Faribault and D. Schuricht, Phys. Rev. Lett. **110**, 040405 (2013).
- [29] W. Zhang, N. Konstantinidis, K. A. Al-Hassanieh, and V. V. Dobrovitski, J. Phys.:Condens. Matter **19**, 083202 (2007).
- [30] A. Abragam, *The Principles of Nuclear Magnetism* (Oxford University Press, New York, 1983).
- [31] A. Greilich, A. Shabaev, D. R. Yakovlev, A. L. Efros, I. A. Yugova, D. Reuter, A. D. Wieck, and M. Bayer, Science **317**, 1896 (2007).
- [32] D. J. Reilly, J. M. Taylor, E. A. Laird, J. R. Petta, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **101**, 236803 (2008).
- [33] C. Deng and X. Hu, Phys. Rev. B **72**, 165333 (2005).
- [34] J. Rammer, *Quantum Field Theory of Non-equilibrium States* (Cambridge University Press, New York, 2007).
- [35] A. Greilich, D. R. Yakovlev, A. Shabaev, A. L. Efros, I. A. Yugova, R. Oulton, V. Stavarache, D. Reuter, A. Wieck, and M. Bayer, Science **313**, 341 (2006).
- [36] A. Greilich, S. E. Economou, S. Spatzek, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, T. L. Reinecke, and M. Bayer, Nat. Phys. **5**, 262 (2009).
- [37] P.-F. Braun, X. Marie, L. Lombez, B. Urbaszek, T. Amand, P. Renucci, V. K. Kalevich, K. V. Kavokin, O. Krebs, P. Voisin, and Y. Masumoto, Phys. Rev. Lett. **94**, 116601 (2005).
- [38] M. V. Gurudev Dutt, J. Cheng, B. Li, X. Xu, X. Li, P. R. Berman, D. G. Steel, A. S. Bracker, D. Gammon, S. E. Economou, R.-B. Liu, and L. J. Sham, Phys. Rev. Lett. **94**, 227403 (2005).
- [39] F. H. L. Koppens, J. A. Folk, J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. W. van Beveren, I. T. Vink, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, L. P. Kouwenhoven, and L. M. K. Vandersypen, Science **309**, 1346 (2005).
- [40] A. C. Johnson, J. R. Petta, J. M. Taylor, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Nature **435**, 925 (2005).
- [41] D. J. Reilly, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **91**, 162101 (2007).
- [42] E. L. Hahn, Phys. Rev. **80**, 580 (1950).
- [43] U. Haeberlen, *High Resolution NMR in Solids, Advances in Magnetic Resonance Series, Supplement 1* (Academic, New York, 1976).
- [44] L. Viola and S. Lloyd, Phys. Rev. A **58**, 2733 (1998).
- [45] K. Khodjasteh and D. A. Lidar, Phys. Rev. A **75**, 062310 (2007).

- [46] G. S. Uhrig, Phys. Rev. Lett. **98**, 100504 (2007).
- [47] D. Klauser, W. A. Coish, and D. Loss, Phys. Rev. B **73**, 205302 (2006).
- [48] G. Giedke, J. M. Taylor, D. D'Alessandro, M. D. Lukin, and A. Imamoglu, Phys. Rev. A **74**, 032316 (2006).
- [49] D. Stepanenko, G. Burkard, G. Giedke, and A. Imamoglu, Phys. Rev. Lett. **96**, 136401 (2006).
- [50] C. Barthel, D. J. Reilly, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **103**, 160503 (2009).
- [51] R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. **17**, 1100 (1962).
- [52] S. K. Saikin, W. Yao, and L. J. Sham, Phys. Rev. B **75**, 125314 (2007).
- [53] W. Yang and R.-B. Liu, Phys. Rev. B **78**, 085315 (2008).
- [54] W. M. Witzel and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **74**, 035322 (2006).
- [55] W. M. Witzel, R. de Sousa, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **72**, 161306(R) (2005).
- [56] W. Yao, R.-B. Liu, and L. J. Sham, Phys. Rev. B **74**, 195301 (2006).
- [57] W. M. Witzel and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **77**, 165319 (2008).
- [58] W. M. Witzel and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **98**, 077601 (2007).
- [59] B. Lee, W. M. Witzel, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **100**, 160505 (2008).
- [60] A. M. Tyryshkin, J. J. L. Morton, S. C. Benjamin, A. Ardavan, G. A. D. Briggs, J. W. Ager, and S. A. Lyon, J. Phys. Condens. Matter **18**, S783 (2006).
- [61] E. Abe, A. M. Tyryshkin, S. Tojo, J. J. L. Morton, W. M. Witzel, A. Fujimoto, J. W. Ager, E. E. Haller, J. Isoya, S. A. Lyon, M. L. W. Thewalt, and K. M. Itoh, Phys. Rev. B **82**, 121201 (2010).
- [62] N. Shenvi, R. de Sousa, and K. B. Whaley, Phys. Rev. B **71**, 224411 (2005).
- [63] R. Brout, Phys. Rev. **118**, 1009 (1960).
- [64] I. Neder, M. S. Rudner, H. Bluhm, S. Foletti, B. I. Halperin, and A. Yacoby, Phys. Rev. B **84**, 035441 (2011).
- [65] W. B. Mims, Phys. Rev. B **5**, 2409 (1972).
- [66] S. Saikin and L. Fedichkin, Phys. Rev. B **67**, 161302(R) (2003).
- [67] W. M. Witzel, X. Hu, and S. Das Sarma, Phys. Rev. B **76**, 035212 (2007).
- [68] F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore, and H. Thomas, Phys. Rev. A **6**, 2211 (1972).
- [69] A. Melikidze, V. V. Dobrovitski, H. A. De Raedt, M. I. Katsnelson, and B. N. Harmon, Phys. Rev. B **70**, 014435 (2004).
- [70] S. Foletti, H. Bluhm, D. Mahalu, V. Umansky, and A. Yacoby, Nat. Phys. **5**, 903 (2009).
- [71] A. P. Higginbotham, F. Kuemmeth, M. P. Hanson, A. C. Gossard, and C. M. Marcus, Phys. Rev. Lett. **112**, 026801 (2014).

- [72] W. A. Coish and D. Loss, *Phys. Rev. B* **72**, 125337 (2005).
- [73] J. M. Taylor, J. R. Petta, A. C. Johnson, A. Yacoby, C. M. Marcus, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. B* **76**, 035315 (2007).
- [74] W. A. Coish and D. Loss, *Phys. Rev. B* **70**, 195340 (2004).
- [75] E. Fick and G. Sauermaun, *The Quantum Statistics of Dynamics Processes* (Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1990).
- [76] H. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford University Press, Oxford, 2007).
- [77] J. Fischer and H.-P. Breuer, *Phys. Rev. A* **76**, 052119 (2007).
- [78] E. Ferraro, H.-P. Breuer, A. Napoli, M. A. Jivulescu, and A. Messina, *Phys. Rev. B* **78**, 064309 (2008).
- [79] E. Barnes, Ł. Cywiński, and S. Das Sarma, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 140403 (2012).
- [80] R. J. Schoelkopf, A. A. Clerk, S. M. Girvin, K. W. Lehnert, and M. H. Devoret, in *Quantum Noise in Mesoscopic Physics*, edited by Y. V. Nazarov (Kluwer, Dordrecht, 2003) pp. 175–203, (cond-mat/0210247).
- [81] R. de Sousa, *Top. Appl. Phys.* **115**, 183 (2009).
- [82] J. Medford, Ł. Cywiński, C. Barthel, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 086802 (2012).
- [83] J. Bylander, S. Gustavsson, F. Yan, F. Yoshihara, K. Harrabi, G. Fitch, D. G. Cory, Y. Nakamura, J.-S. Tsai, and W. D. Oliver, *Nat. Phys.* **7**, 565 (2011).
- [84] G. A. Álvarez and D. Suter, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 230501 (2011).
- [85] Y. Makhlin and A. Shnirman, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 178301 (2004).
- [86] Y. Makhlin, G. Schön, and A. Shnirman, *Chem. Phys.* **296**, 315 (2004).
- [87] G. Falci, A. D'Arrigo, A. Mastellone, and E. Paladino, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 167002 (2005).
- [88] A. M. Tyryshkin, S. Tojo, J. J. L. Morton, H. Riemann, N. V. Abrosimov, P. Becker, H.-J. Pohl, T. Schenkel, M. L. W. Thewalt, K. M. Itoh, and S. A. Lyon, *Nat. Materials* **11**, 143 (2012).

## 5 Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

### a) Dane bibliometryczne (stan na dzień 20 listopada 2014 r.)

Liczba opublikowanych artykułów naukowych: 34

Cytowania bez autocytowań: 929 (według bazy danych Web of Science).

Całkowity impact factor: 150.47

Indeks Hirscha: 17 (według bazy danych Web of Science).

## b) Badania naukowe nie stanowiące wkładu do habilitacji

### 5.1 Badania naukowe prowadzone przed uzyskaniem tytułu doktora

W czasie studiów magisterskich na Uniwersytecie Warszawskim pracowałem pod opieką naukową prof. Witolda Bardyszewskiego nad teorią absorpcji światła w nieuporządkowanych półprzewodnikach, w szczególności w silnie nieuporządkowanych materiałach typu p, takich jak GaMnAs. Część z uzyskanych wyników została wykorzystana w następującym artykule:

K. Dziatkowski, Ł. Cywiński, W. Bardyszewski, A. Twardowski, H. Saito, and K. Ando, *Influence of disorder on the optical absorption in semiconductors: Application to epitaxially grown III-V compounds*, Phys. Rev. B **73**, 235340 (2006).

Podczas studiów doktoranckich na Uniwersytecie Kalifornijskim w San Diego pracowałem nad dwoma zagadnieniami: (1) nierównowagową dynamiką elektronów oraz ultraszybka demagnetyzacją wywołaną fotowzbudzeniem w półprzewodnikach ferromagnetycznych oraz w metalach; (2) dyfuzją spinu w planarnych strukturach metal-półprzewodnik, oraz jej zastosowaniami w hipotetycznych urządzeniach spintronicznych.

Badania dotyczące pierwszego zagadnienia prowadzone były we współpracy z grupą doświadczalną prowadzoną przez prof. Junichiro Kono z Uniwersytetu Rice w Texasie. Moim wkładem było opracowanie teoretycznego modelu opisującego ultraszybki zanik magnetyzacji wywołany silnym fotowzbudzeniem w półprzewodnikach magnetycznych typu (III,Mn)V. Prace [D1,D2,D4] były owocami tej współpracy. W pracy [D3] szczegółowo opisałem teorię demagnetyzacji wywołanej światłem, która stosuje się do materiałów, w których działa model ferromagnetyzmu oparty na oddziaływaniu  $sp - d$ .

Badania dotyczące drugiego zagadnienia prowadzone były w bliskiej współpracy z dr Hananem Derym, który odbywał staż podoktorski w grupie mojego promotora. Wspólnie opracowaliśmy teorię transportu spinowego w realistycznych heterostrukturach żelaza i GaAs, w której nacisk położony był na badanie możliwych spintronicznych zastosowań takich struktur. W [D5] przedstawiliśmy łatwe w użyciu podejście do problemu dyfuzji spinowej w warstwowych strukturach magnetycznych metali i półprzewodników. Podejście to następnie zastosowaliśmy w badaniach nad wieloterminalowymi strukturami spintronicznymi: trójterminalowym tranzystorem spinowym [D6], strukturą w której kołowa polaryzacja absorbowanego światła wywołuje powstanie sygnału elektrycznego [D7], trójterminalowym układem w którym dynamika magnetyzacji jednego z ferromagnetycznych kontaktów jest wyczuwalna przez pomiar elektryczny [D8] oraz pięcioterminalową reprogramowalną bramką logiczną. Prace te zostały omówione w zaproszonym artykule przeglądowym [D10],

- [D1] J. Wang, C. Sun, J. Kono, A. Oiwa, H. MuneKata, Ł. Cywiński and L.J. Sham, *Ultrafast Quenching of Ferromagnetism in InMnAs Induced by Intense Laser Irradiation*, Phys. Rev. Lett. **95**, 167401 (2005).
- [D2] J. Wang, C. Sun, Y. Hashimoto, J. Kono, G.A. Khodaparast, Ł. Cywiński, L.J. Sham, G.D. Sanders, C.J. Stanton, H. MuneKata, *Ultrafast Magneto-Optics in Ferromagnetic III-V Semiconductors*, J. Phys.: Condens. Matter **18**, R501 (2006).
- [D3] Ł. Cywiński and L.J. Sham, *Ultrafast demagnetization in the  $sp-d$  model: a theoretical study*, Phys. Rev. B **76**, 045205 (2007).
- [D4] J. Wang, Ł. Cywiński, C. Sun, J. Kono, H. MuneKata, and L.J. Sham, *Femtosecond demagnetization and hot hole relaxation in ferromagnetic GaMnAs*, Phys. Rev. B **77**, 235308 (2008).
- [D5] H. Dery, Ł. Cywiński and L.J. Sham, *Lateral diffusive spin transport in layered structures*, Phys. Rev. B **73**, 041306(R) (2006).

- [D6] H. Dery, Ł. Cywiński, and L.J. Sham, *Spin transference and magnetoresistance amplification in a transistor*, Phys. Rev. B **73**, 161307(R) (2006).
- [D7] H. Dery, Ł. Cywiński, and L.J. Sham, *Spintronics for electrical measurement of light polarization*, J. Appl. Phys. **100**, 063713 (2006).
- [D8] Ł. Cywiński, H. Dery, and L.J. Sham, *Electric readout of magnetization dynamics in a ferromagnet-semiconductor system*, Appl. Phys. Lett. **89**, 042105 (2006).
- [D9] H. Dery, P. Dalal, Ł. Cywiński, and L.J. Sham, *Spin based logic in semiconductors for reconfigurable large scale circuits*, Nature **447**, 573 (2007).
- [D10] Ł. Cywiński, H. Dery, P. Dalal, and L.J. Sham, *Electrical expression of spin accumulation in ferromagnet/semiconductor structures*, Mod. Phys. Lett. B **21**, 1509 (2007).

## 5.2 Badania po otrzymaniu tytułu doktora: prace blisko związane z tematyką rozprawy

Pięć poniższych artykułów jest blisko związanych z tematem tej rozprawy, ale nie zostały one do niej włączone, gdyż mój udział w ich powstaniu nie był wiodący.

W pracy [A1] rozważyliśmy model kąpieli fermionowej (składającej się z tzw. fluktuatorów Andreeva), w skład której wchodzi elektrony zlokalizowane na centrach pułapkujących w izolującym materiale znajdującym się w kontakcie z nadprzewodnikiem. Pary takich centrów ulegają naładowaniu i rozładowaniu w wyniku tunelowania par Coopera pomiędzy kondensatem a izolatorem. Wynikający z tych procesów szum ładunkowy prowadzi do procesu czystej utraty fazy przez kubit nadprzewodzący typu “pudełka na parę Coopera” (Cooper pair box), który jest dość czuły na fluktuacje pól elektrycznych. W pracy tej stosując technikę Kieldysza (oraz drugi rząd rozwinięcia kumulantowego) wyprowadziliśmy funkcję dekoherencji  $W(t)$  dla dowolnej sekwencji pulsów wpływających na kubit. W tym przybliżeniu mogliśmy zmapować oddziaływanie z kąpielą na oddziaływanie z szumem o gęstości spektralnej bliskiej  $1/f$ .

Artykuł [A2] jest wynikiem współpracy z doświadczalnikami pracującymi nad dynamicznym odsprzęganiem od szumu środowiskowego kubitu singletowo-trypletowego w podwójnej kropce z GaAs. Stosując teorię z [H1] (z pewnymi nowymi elementami potrzebnymi w przypadku szumu z gęstością spektralną  $\sim 1/\omega^\beta$  z  $\beta > 2$ ) zrekonstruowałem gęstość spektralną szumu z wyników pomiarów zaniku spójności kwantowej pod wpływem sekwencji CPMG z  $n = 2, 4, 8, 16$ , i  $32$  pulsami. Użycie tak zrekonstruowanej  $S(\omega) \propto 1/\omega^{2.6}$  pozwoliło na udane przewidzenie czasu zaniku koherencji dla echa spinowego ( $n=1$ ) i sekwencji CPMG z  $n=3$ .

W pracy [A3], kierując się wnioskami, które wyciągnęliśmy z badań opisanych w [H6], zastosowaliśmy czasowo-bezsplotowe uogólnione równanie Mistrza do problemu dekoherencji kubitu spinowego oddziałującego z kąpielą jądrową w zawężonym stanie. Stosując pełen Hamiltonian oddziaływania nadształnego wyprowadziliśmy w nowy sposób wyniki TDP dla krótkich czasów i dla zerowej polaryzacji spinów jądrowych, oraz otrzymaliśmy nietrywialny wynik w przypadku spolaryzowanej kąpieli. W pracy tej przewidziany został nowy, nieznan w literaturze, rodzaj oscylacji sygnału koherencji pojawiający się w obecności wysokiej polaryzacji kąpieli jądrowej.

W artykułach [A4,A5] teoria rozwinięcia na klastry w przestrzeni rzeczywistej została zastosowana do modelowania zaniku koherencji spinu elektronu sprzężonego z kąpielą spinów innych elektronów. W takim przypadku oddziaływania wewnątrz kąpieli są tak samo silne jak sprzężenie kubit-kąpiel, przez co konieczne jest uwzględnienie klastrów zawierających wiele spinów. Poprawne uśrednianie po stanach kąpieli jest wtedy trudniejsze niż w poprzednio rozważanym przypadku w którym sprzężenie kubit-kąpiel dominowało nad sprzężeniem wewnątrz kąpieli: teraz wiele spinów z kąpieli ma nietrywialny wpływ na dynamikę grupy kilku spinów, gdyż oddziaływania dipolowe ze spinami spoza grupy silnie modyfikują rozszczepienia energetyczne spinów w grupie. W [A4] rozważyliśmy zanik echa spinowego dla spinów elektronów związanych na donorach fosforowych w krzemie i przewidzieliśmy nietrywialną zależność czasu  $T_2$  od koncentracji

zarówno spinów elektronowych, jak i spinów jądrowych (przewidywanie to zostało potwierdzone w pracy doświadczalnej [88]). W [A5] zawarliśmy szczegółowy opis teorii i dalsze przewidywania zarówno dla donorów w krzemie, jak i dla centrów NV w diamencie.

- [A1] R.M. Lutchyn, Ł. Cywiński, C.P. Nave, and S. Das Sarma, *Quantum decoherence of a charge qubit in a spin-fermion model*, Phys. Rev. B **78**, 024508 (2008).
- [A2] J. Medford, Ł. Cywiński, C. Barthel, C.M. Marcus, M.P. Hanson, and A.C. Gossard, *Scaling of Dynamical Decoupling for Spin Qubits*, Phys. Rev. Lett. **108**, 086802 (2012).
- [A3] E. Barnes, Ł. Cywiński, and S. Das Sarma, *Nonperturbative Master Equation Solution of Central Spin Dephasing Dynamics*, Phys. Rev. Lett. **109**, 140403 (2012).
- [A4] W.M. Witzel, M.S. Carroll, A. Morello, Ł. Cywiński, and S. Das Sarma, *Electron spin decoherence in isotope-enriched silicon*, Phys. Rev. Lett. **105**, 187602 (2010).
- [A5] W.M. Witzel, M.S. Carroll, Ł. Cywiński, and S. Das Sarma, *Quantum Decoherence of the Central Spin in a Sparse System of Dipolar Coupled Spins*, Phys. Rev. B **86**, 035452 (2012).

### 5.3 Badania po otrzymaniu tytułu doktora: prace o tematyce niezwiązanej z rozprawą

W latach 2009-2010 pracowałem nad teorią podwójnych kropek kwantowych z krzemu. Przeanalizowaliśmy wtedy, jak wielodolinowa struktura energetyczna dna pasma przewodnictwa w krzemie wpływa na kontrolę nad kubitem singletowo-trypletowym [Si1,Si2] i obliczyliśmy zależność sprzężenia wymiennego od parametrów dwóch kropek [Si3].

- [Si1] D. Culcer, Ł. Cywiński, Q.Z. Li, X. Hu, and S. Das Sarma, *Realizing singlet-triplet qubits in multivalley Si quantum dots*, Phys. Rev. B **80**, 205302 (2009).
- [Si2] D. Culcer, Ł. Cywiński, Q.Z. Li, X. Hu, and S. Das Sarma, *Quantum dot spin qubits in Silicon: Multivalley physics*, Phys. Rev. B **82**, 155312 (2010).
- [Si3] Q.Z. Li, Ł. Cywiński, D. Culcer, X. Hu, and S. Das Sarma, *Exchange coupling in silicon quantum dots: theoretical considerations for quantum computation*, Phys. Rev. B **81**, 085313 (2010).

Od 2010 roku uczestniczyłem również w badaniach nad samozorganizowanymi kropkami CdTe domieszkowanymi jonami manganu. W [Mn1] zaproponowałem teoretyczny model optycznej orientacji pojedynczego spinu Mn w optycznie wzbudzonej kropce. Uczestniczyłem również w tworzeniu teoretycznej interpretacji doświadczeń dotyczących dynamiki wielu spinów Mn w nie-rezonansowo pobudzanych kropkach [Mn2,Mn3].

- [Mn1] Ł. Cywiński, *Optical orientation of a single Mn spin in a quantum dot: Role of carrier spin relaxation*, Phys. Rev. B **82**, 075321 (2010).
- [Mn2] Ł. Kłopotowski, Ł. Cywiński, P. Wojnar, V. Voliotis, K. Fronc, T. Kazimierczuk, A. Golnik, M. Ravaro, R. Grousson, G. Karczewski, and T. Wojtowicz, *Magnetic polaron formation and exciton spin relaxation in single Cd<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Te quantum dots*, Phys. Rev. B **83**, 081306(R) (2011).
- [Mn3] Ł. Kłopotowski, Ł. Cywiński, M. Szymura, V. Voliotis, R. Grousson, P. Wojnar K. Fronc, T. Kazimierczuk, A. Golnik, G. Karczewski, and T. Wojtowicz, *Influence of exciton spin relaxation on the photoluminescence spectra of semimagnetic quantum dots*, Phys. Rev. B **87**, 245316 (2013).

Miałem również wkład w pracę dotyczącą rekombinacji tzw. “ciemnych” ekscytonów w kropkach CdTe bez manganu (w których ekscytony te stają się aktywne optycznie na skutek mieszania ciężkich i lekkich dziur):

- [X1] T. Smoleński, T. Kazimierczuk, M. Goryca, T. Jakubczyk, Ł. Kłopotowski, Ł. Cywiński, P. Wojnar, A. Golnik, and P. Kossacki, *Radiative lifetime of dark excitons in self-assembled quantum dots*, Phys. Rev. B **86**, 241305(R) (2012).

Od 2011 roku część czasu poświęcam też badaniom związanym z tzw. izolatorami topologicznymi (które są po prostu pewną podgrupą rodziny półprzewodników z wąską przerwą, w których kolejność pasm jest odwrócona przez silne relatywistyczne poprawki do struktury pasmowej). W [TI1] przedstawiliśmy obliczenia pokazujące, jak charakterystyczną dla izolatorów topologicznych strukturę pasmową można otrzymać w heterostrukturze PbTe i PbSnTe. W pracach doświadczalnych [TI2, TI3] miałem wkład do analizy wyników i ich interpretacji. Bardziej interesującą z tych dwóch prac jest [TI3], w której zaproponowaliśmy spójną interpretację pomiarów nielokalnego transportu w dwuwymiarowym izolatorze topologicznym.

- [TI1] R. Buczko and Ł. Cywiński, *PbTe/PbSnTe heterostructures as analogs of topological insulators*, Phys. Rev. B **85**, 205319 (2012).

- [TI2] K.A. Kolwas, G. Grabecki, S. Trushkin, J. Wróbel, M. Aleszkiewicz, Ł. Cywiński, T. Dietl, G. Springholz, and G. Bauer, *Absence of nonlocal resistance in microstructures of PbTe quantum wells*, Phys. Status Solidi B **250**, 37 (2013).

- [TI3] G. Grabecki, J. Wróbel, M. Czapkiewicz, Ł. Cywiński, S. Gieraltowska, E. Guziewicz, M. Zholudev, V. Gavrilenko, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzki, F. Teppe, W. Knap, and T. Dietl, *Nonlocal resistance and its fluctuations in microstructures of band-inverted HgTe/(Hg, Cd)Te quantum wells*, Phys. Rev. B **88**, 165309 (2013).

### c) nagrody

- 2013, Nagroda imienia Stefana Pieńkowskiego przyznana przez Polską Akademię Nauk za osiągnięcia w dziedzinie nauk fizycznych.
- 2012, Stypendium naukowe Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego dla wybitnych młodych naukowców na lata 2012-2015.
- 2001, Honorowe stypendium imienia Leonarda Sosnowskiego dla wybitnego studenta fizyki ciała stałego.

### d) kierowanie projektami badawczymi

- 08/2013–: grant OPUS IV Narodowego Centrum Nauki. Tytuł: *Dynamika splątania zlokalizowanych spinów w półprzewodnikach z zastosowaniem do spektroskopii szumu środowiskowego*.
- 01/2011-12/2011: Grant Iuventus Plus Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego. Tytuł: *Izolatory topologiczne oparte na heterostrukturach półprzewodników IV-VI*
- 10/2009–11/2012: Grant/subsydium Fundacji Nauki Polskiej “Homing” dla naukowca powracającego do kraju. Tytuł: *Spin w nanostrukturach półprzewodnikowych: ferromagnetyzm w półprzewodnikach z nanoskalowymi niejednorodnościami magnetycznymi oraz koherentne własności pojedynczych spinów w kropkach kwantowych*.



#### e) udział w projektach badawczych

- European Union Innovative Economy Grant No. POIG.01.03.01-00-159/08, “InTechFun” (2009-2011).
- ERC Advanced Grant “FunDMS” (“*Functionalization of Diluted Magnetic Semiconductors*”) (2009-2011).
- Grant Narodowego Centrum Nauki. Tytuł: *Magnetic quantum dot molecules with CdMnTe quantum dots* (2012-2014).

#### f) zaproszone wykłady konferencyjne

1. Zaproszone wystąpienie na Quantum Technologies Conference V w Krakowie, 7-12 września 2014 r. Tytuł: “*Spectroscopy of environmental noise via measurement of decoherence of qubits*”.
2. Zaproszone wystąpienie na 42-gim Zjeździe Fizyków Polskich w Poznaniu, 8-13 września 2013 r. Tytuł: “*Dekoherencja spinu elektronu oddziałującego ze spinami jądrowymi w kropce kwantowej*”.
3. Zaproszone wystąpienie na 2nd Polish-German workshop on the optical properties of nanostructures w Münster, 14-16 marca 2012 r. Tytuł: “*Theory of optical orientation of a single Mn spin in a CdTe quantum dot: resonant vs nonresonant excitation*”.
4. Zaproszony referat na 17th International Winterschool on New Developments in Solid State Physics “Mauterndorf 2012” w Mauterndorfe, w Austrii, 12-17 lutego 2012 r. Tytuł: “*Spin echo decay of semiconductor spin qubits*”.
5. Zaproszone wystąpienie na Polsko-Japońskich Warsztatach “Spintronics - from new materials to applications” w Warszawie, 15-18 listopada 2011 r. Tytuł: “*Decoherence in a sparse system of dipolarly coupled spins: application to isotope-enriched silicon*”.
6. Zaproszony referat na 39-tej Międzynarodowej Szkole i Konferencji Fizyki Półprzewodników “Jaszowiec” w Krynicy, w czerwcu 2010. Title: “*Dephasing of electron spin qubits due to their interaction with nuclei in quantum dots*”.
7. Zaproszony referat na Spotkaniu Marcowym Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego w Portland, 15 marca 2010 r. Tytuł: “*Electron spin dephasing by hyperfine interaction with nuclei in quantum dots*”.
8. Zaproszony referat podczas Canada-Japan-Poland International Symposium on Semiconductor, Magnetic, and Photonic Nanostructures, Wrocław, 5-7 października 2009 r. Tytuł: “*Pure dephasing of the spin of the electron confined in a quantum dot: the role of hyperfine-mediated interactions*”.
9. Zaproszony referat podczas sesji panelowej “Spintronic Device Round Table” na 5th International School and Conference on Spintronics and Quantum Information Technology (Spintech), Kraków, lipiec 2009 r. Tytuł: “*Spin logic in hybrid structures*”.
10. Zaproszony referat na Spotkaniu Marcowym Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego w Nowym Orleanie w 2008 r. Tytuł: “*Ultrafast Photoinduced Demagnetization in (III,Mn)V Ferromagnetic Semiconductors*”.

#### g) współpraca krajowa i zagraniczna

- *Rice University, Houston, Texas (USA)* - współpraca z prof. Junichiro Kono oraz z jego doktorantem, Jigangiem Wangiem, dotycząca dynamiki optycznie wywołanej ultraszybkiej demagnetyzacji w InMnAs i GaMnAs. Owocem tej współpracy są artykuły [D1,D2,D4].
- *Ames Laboratory (USA)* - współpraca z prof. V.V. Dobrovitskim dotycząca modelowania zaniku sygnału echa kubitów spinowych w niskich polach magnetycznych. Owocem tej współpracy jest artykuł [H4].
- *Sandia National Laboratories (USA)* - współpraca z dr Wayne Witzelem dotycząca teorii dekoherencji dla elektronowego kubitów spinowych sprzężonego z elektronową kąpielą spinową. Owocem tej współpracy są artykuły [A4,A5].
- *Condensed Matter Theory Center, University of Maryland at College Park (USA)* - współpraca z prof. Sankarem Das Sarmą oraz dr Edwinem Barnesem dotycząca dekoherencji kubitów spinowych (2009-2013). Owocem tej współpracy są artykuły [H6,A3].
- *Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk* - współpraca z dr Łukaszem Kłopotowskim dotycząca badań nad dynamiką spinu ekscytonu i spinów jonów Mn w kropkach CdMnTe. Owocem tej współpracy są artykuły [Mn2,Mn3].
- *Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk* - współpraca z prof. Ryszardem Buczko dotycząca teorii izolatorów topologicznych. Owocem tej współpracy jest praca [TI1].
- *Instytut Fizyki Doświadczalnej, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego* - współpraca z mgr. Tomaszem Smoleńskim oraz prof. Piotrem Kossackim dotycząca badań nad dynamiką fotoorientacji Mn oraz aktywności optycznej ciemnego ekscytonu w kropkach CdTe. Owocem tej współpracy jest praca [X1].
- *Harvard University (USA)* - współpraca z prof. C. M. Marcusem oraz jego doktorantem J. Medfordem dotycząca spektroskopii szumu środowiskowego w podwójnych kropkach GaAs. Owocem tej współpracy jest praca [A2].
- *University at Buffalo, SUNY (USA)* - współpraca z prof. Xuedongiem Hu oraz jego doktorantką Jo-Tzu Hung dotycząca teorii dekoherencji kubitów singletowo-trypletowego w podwójnych kropkach kwantowych. Owocem tej współpracy jest praca [H7].
- *Instytut Fizyki Polskiej Akademii Nauk* - współpraca z prof. G. Grabeckim, J. Wróblem, i T. Dietlem dotycząca badań nad własnościami transportowymi dwuwymiarowego izolatora topologicznego zrealizowanego w studni kwantowej HgTe/CdHgTe, oraz nad transportem w studniach kwantowych PbTe/PbEuTe. Owocem tej współpracy są prace [TI2] oraz [TI3].
- *Instytut Fizyki, Politechnika Wroclawska* - współpraca z dr K. Roszak dotycząca teorii dynamiki splątania kilku kubitów spinowych oddziałujących z kąpielami spinów jądrowych.
- *Instytut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego* - współpraca z mgr. P. Szańkowskim oraz prof. M. Trippenbachem dotycząca teorii dynamiki zaniku splątania dwóch kubitów oddziałujących z klasycznym szumem.

*Sakun Gomioki*